ТОМ ВТОРОЙ ©

# ФИЛОСОФИЯ ИСПРАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

# СЧЁТНЫЕ СТРУКТУРЫ И ВЫЧИСЛЕНИЯ

2016

## ОТ АВТОРА

В течение 300 лет теоретическое развитие операционного аппарата высшей математики опиралось на абстракции и аксиомы, формируемые на основе логики ассоциативной формы мышления. Однако единственной научной формой мышления и исследований является объективно-аналитическое мышление и методология познания.

Цель данной работы очистить операционный аппарат математики от закоренелых ошибок абстрактно-идеалистической логики и способов исчисления. Дать аналитическое обоснование понятийного и операционного аппарата объективной математики на базе физически статусного структурно-алгебраического метода. Заложить теоретические основы объективно-аналитической формы математического мышления и инструментально-символического языка в сфере научной коммуникации, которые отвечают требованиям адекватного отображения в естествознании объективных качественно-количественных причинно-следственных связей и отношений взаимодействия и взаимного перехода форм материи друг в друга.

Книга содержит достаточно полное и доступное изложение приёмов вычисления методом структурной иерархии алгебраических групп. Раскрыты причинные источники «*постоянства формальных законов*» математики. Настоящее сочинение должно помочь учителям школы, преподавателям ВУЗов и теоретикам естествознания обрести твёрдую теоретическую основу возвращения математического мышления на позиции объективного знания. Овладеть приёмами структурно-алгебраического метода преобразований и вычислений. Книга будет способствовать глубокой переструктуризации математических знаний и их унификации.

Для широкого круга читателей.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ



# СЧЁТНЫЕ СТРУКТУРЫ И ВЫЧИСЛЕНИЯ

## Л Е К Ц И Я І4

## ТЕМА 1. Базовое понятие. Методология.

### § 1. Единица счёта и измерения.

1.**1** «***Единица счёта и измерения***» есть *эталонный образ идеализированных качеств и свойств объектов, который служит единичной количественной мерой их счёта или измерения*.

«Единица счёта и измерения» представляет собой обобщенный, диалектический образ единства качественных и количественных аспектов объектов реальности. «Единица счёта» - инструментальный образ мышления, передаваемый коммуникационными вербальными и письменными символами. Единица - базовый элемент количественных абстракций аппарата математики.

На основе образа «*единица счёта*» качественно однородные и неоднородные, идентичные и неидентичные объекты реальности мысленно ассоциируются как количественно идентичные (равные друг другу) счётные и измерительные единицы. ***Количественная идентичность*** *объектов* счёта как ***единиц*** счёта и измерения, причина ***количественной универсальности*** счётных комбинаций и количественных отношений групп единиц, составленных из реальных или абстрактно-мысленных объектов, какими бы объективными или воображаемыми качествами и свойствами они ни обладали или ни наделялись. В этом источник универсальной применимости правил счёта, вычислительных преобразований и аппарата математики при исследовании любых эмпирических и абстрактных количественных собраний объектов.

Единица счёта - идеализированный *инструментальный образ* мышления, отражающий *диалектическое единство качественных и количественных аспектов реальных объектов*.

1.**2** ***Качественный аспект*** единицы счёта заключён в том идеализированном качестве или свойстве реального объекта, согласно которому реальные объекты мысленно относят к образу *единицы* (*меры*) *исчисления* этих качеств и свойств реальных объектов. То есть, когда в рамках данных количественных исследований, качественная не идентичность объектов или их метрических свойств в определённых интервалах допустимых отклонений реальных качеств и свойств друг от друга признаются не существенными.

1.**3** ***Количественный аспект*** объектов в образе единицы счёта состоит *в реальной пространственной и образно-мысленной их отделённости друг от друга* при условной идеализации качественной идентичности реальных объектов. *Не идентичность пространственного положения объектов* счёта и участков измерения их качеств и свойств (дискретно-квантовая форма существования объектов и их частей в пространстве) есть не только универсальный, но и единственный количественный признак объектов реальности. Поэтому единица счета, как *количественный признак,* а не качественная *сторона* объектов реальности, - *не может быть ни положительной, ни отрицательной, ни комплексной*.

*Образ* «*единица счёта*» - исходная, базовая инструментальная основа процессов мышления о количественных и качественных аспектах исчисления множеств. На её основе был сформирован математический коммуникационного аппарата абстракций и символов для отображения представлений о количественных отношениях эмпирического и теоретического мира.

**§ 2**. **Методологические системы математических исследований.**

*Диалектика абстрактно-инструментального образа* «единица счёта» состоит в схватывании *качественных и количественных* аспектов объекта реальности в их единстве. Отступление от этого условия ведёт к формированию двух методологических систем исследования математическими средствами отношений действительности: объективной и субъективной.

2.**1** ***Объективно-материалистическая система*** отображения ***качественно-количественных отношений мира*** обеспечивается рамками единой для всего естествознания объективной методологией исследований. Базовые понятия и абстракции, становление и развитие операционного аппарата *объективной математики* соответствует принципам объективно-материалистической системы отражения.

Принципы исследований, основанные на объективной методологии, опробованы в отраслях естествознания и доказали свою работоспособность. Все достижения науки, техники и технологии состоялись исключительно на базе объективно-материалистической системы добывания знаний о законах объективного мира. Аппарат математических преобразований должен отвечать *принципу* адекватного отображения символическими средствами *объективного единства качественных и количественных аспектов и отношений реальности****.*** Абстракции разума должны строиться на актуально-чувственных *эмпирических образах* объектов действительности, которые путём рассудочной обработки приобретают роль объективно-идеализированной инструментальной базы образов и элементов аналитического мышления. Именно эта аналитическая база идеализированных образов используется в дальнейшей их обработке разумной (абстрактной) формой мышления с целью продуктивных, объективно-абстрактных обобщений о содержании причинно-следственных связей и отношений в качественно-количественных процессах взаимоперехода форм материи друг в друга. На любом этапе вычислительных преобразований статус математических абстракций необходимо сопрягать с физическим статусом реальных процессов и объектов. Физически статусные абстракции математики служат инструментом отражения реальных закономерностей в причинно-следственных процессах качественно-количественных переходов форм материи во времени и пространстве.

Математика на платформе объективно-материалистической методологии отображений способна выполнять идентификацию физического статуса своих абстракций. Выполнять прогностические функции познания с чёткой геометрической и физической интерпретацией результатов математических исследований. Операционный аппарат абстракций на основе ***аналитической*** *(объективной)* ***логики*** способен заменить огромный, по сути, бесконечный объём сложнейших и разноплановых исследований в естествознании. Заменить собой необходимые для этого огромные материальные ресурсы, инструменты и оборудование посредством объективно-статусных операций «на бумаге». Только аппарат объективно-материалистических абстракций - единственное универсальное средство и метод отображения реальности, охвату которого подлежат любые закономерные причинно-следственные связи и отношения мироздания.

2.**2** ***Субъективно-идеалистический метод*** математических исследований опирается исключительно на *количественные аспекты образа-абстракции* - «единица исчисления». При этом *абстракции* субъективного разума не сопрягаются с эмпирическими объективно статусными образами рассудочной (аналитической) формы мышления. Объективное диалектическое единство качественных и количественных аспектов *образа-абстракции* «единица исчисления» вырождается в однобокую абстракцию - «бескачественное (беспредметное) количество». Эмпирический образ, как объективное инструментальное средство отражения и мыслительной обработки, вытесняется абстракцией субъективного воображения.

Абстракция «беспредметное», «бескачественное» количество, как базовый инструментальный образ субъективного метода мышления, неизбежно ведёт к формированию количественных представлений в рамках ***абстрактной*** (*субъективно-ассоциативной*) ***логики***. Реальные объекты исчисления и объективная методология естествознания уступают место субъективному методу оперирования множествами идеальных, беспредметных единиц, которые никаким образом не связанны с реальностью.

На место «единицы счёта» реальных объектов, с теми или иными их идеализированными качествами, заступает «***идеальная единица***», которая отображает лишь одно единственное объективное свойство объектов реальности - отдельность объектов и актов измерения друг от друга при счёте. Отказ от качественного статуса объектов, как единиц счёта, ведёт к количественной однородности качественно неоднородных объектов счёта и исчисления (например, 3кг=3м). Так же возникают риски изобретения нелепых по своему физическому содержанию вычислительных процедур и операций математики, которые выдаются за операции высшей математики. Такое вырождение образа «единицы исчисления», как инструментальной основы процессов мышления о количественных и качественных аспектах природы, ведёт к утрате связи формируемых абстракций математики с объективным миром и отношениями его форм. Абстрактные преобразовательные процедуры и операции теряют связь с реальностью.

Эти две методологические системы мышления неизбежно оказали воздействие на становление, развитие и формирование аппарата и современного облика математики.

# Г Л А В А I

# НАЧАЛА ОБЪЕКТИВНОГО СЧЁТА

**ТЕМА 2. Философские аспекты объективной математики.**

## § 3. Стихийно-материалистический этап формирования оснований математики.

Человек начала эпохи цивилизации, не обладал знаниями об объективных и субъективных методах исследований. В силу наглядности практики ведения счёта предметов люди стихийным образом использовали объективно-материалистический метод формирования представлений о количественных аспектах разнообразных счётных множеств. Люди получали сведения о закономерностях счёта и приёмах вычисления величины множества на основе различных вариантов практического разбиения множества на группы предметов (условные единицы). Получали объективные знания о правилах счёта при преобразовании совокупности предметов от одной структурной комбинации её единиц в группы к другой. Как инструмент аналитического мышления математика формировалась под действием практической необходимости приспособления к новым формам развития общественного производства, производительных сил и средств коммуникации. Математические обобщения – высшая коммуникационно-изобразительная форма отображения и фиксации результатов рассудочного анализа и обобщений разума о количественных аспектах мира. Математические образы-обобщения изображаются символами и выражают собой идеализированные информационные формы отражения реальных или идеальных количественных аспектов мира.

Рассудок подвергает обработке и анализу только ту информацию об эмпирической действительности, которую нам доставляет актуально-чувственное отражение. Рассудочное мышление (аналитическая логика) протекает в рамках объективной (научной) методологи обработки эмпирических сигналов действительности. Продуктивное воображение (разум) под контролем рассудка облекает образные представления о мире в абстрактно-символические изобразительные формы фиксации, систематизации и обобщения (описания, таблицы, рисунки, графики, схемы, формулы, алгоритмы и т.п.). Знания, полученные на основе объективных методов исследования, неоднократно проверенные в опыте, подтверждаемые практикой и коллективным признанием приобретают статус объективного и достоверного знания. На этой методологической основе формируется весь тот объём представлений (знаний) и с той степенью проработки и детализации, который обеспечен наблюдательными фактами и опытной проверкой.

Геометрические и физические представления были первыми подлинно объективными (научными) фрагментами знаний о количественных и качественных аспектах действительности. Накопленные геометрические и физические знания о качественных и количественных сторонах объектов действительности обусловили необходимость их отображения с помощью речевых (вербальных) и письменных изобразительных коммуникационных символов – понятий и абстракций математики. Эта потребность стала причиной интенсивного формирования символического и понятийного аппарата математики, как способа коммуникации и обмена образными представлениями о закономерностях мира единым инструментальным языком.

## § 4. Базовые понятия математики.

***Абстракция мысленная*** - идеализированный инструментальный ***образ представлений ума*** о чём-либо, который с целью обмена (коммуникации) образами представлений между людьми передаётся знаковой системой символов вербальной устной и письменной речи.

***Абстракции математические*** - система символов для обозначения математических образов-представлений ума, которая играет роль коммуникационного языка математики.

Актуально-чувственная стадия отражения мира.

***Единица эмпирическая*** «$1^p$» (реальная) – отдельность пространственного бытия объекта, его качеств и свойств от других объектов эмпирического мира.

***Эмпирическое множество*** объектов «$\{,\}_{эмп.}$» – качественно разнообразные, имеющие собственное пространство бытия объекты материального мира, данные нам в чувственном созерцании, инструментальном наблюдении и образах памяти. Эмпирическое множество – источник объективных исходных данных для формирования *объективных* представлений о качественных и количественных аспектах объектов окружающего мира. Эмпирическое множество есть ***актуальное предметное собрание*** любого количества качественно разнообразных или качественно однородных эмпирических объектов (1): от одного до любого ***актуального конечного их числа***:

$$\{,\}_{эмп.}=\{1_1^p,\, 1_2^p, \ldots,\, 1_i^p,\, \ldots,\, 1_{конеч}^p\}.$$

Объективно-аналитическая стадия отражения мира.

***Единица счёта***, ***измерения*** «$1^{сч}$» – образ-эталон, используемый мышлением в качестве условной количественной меры счёта или измерения объективных материальных *качеств* (*свойств*) *объектов*.

***Счётное множество*** «$\{,\}_{сч}$» − объекты эмпирического множества (собрания), отнесённые по критериям *эталонного* ***образа*** *идеализированных качеств* к ***условной единице счёта*** ($1_i$), которые выступают равноправными единицами сопоставлений или счёта при исследовании ***актуально-наличных*** количественных отношений:

$$\{,\}_{сч} = \{m\}_{сч} = [1_1,\ldots, 1_i,\ldots, 1_m]\ldots$$

Субъективно-абстрактная стадия отражения мира.

***Единица абстрактная*** $1^a$ - абстрактно-мысленная единица счёта и измерения.

***Абстрактное множество*** «$\{,\}_{абстр.}$» – ***понятие*** *философской категории* «***количество***». И как любое понятие оно опирается на свой *инструментальный мысленный образ* (*абстрактный образ*), как правило, совпадающий с каким-либо эмпирическим или абстрактным счётным образом множества объектов или единиц.

Инструментальное понятие «абстрактное множество» возникло на основе практики счёта актуально конечного числа объектов эмпирического множества. Актуально-чувственный образ «эмпирическое множество» постепенно был преобразован абстрактным мышлением в абстрактную его форму, в понятие − *абстрактное множество единиц счёта*, которое долгое время было стиснуто рамками эмпирических количественных образов восприятия и памяти. И только в результате длительных исканий, посредством мыслительных обобщений разума на основе анализа разноплановых рассудочных задач практического счисления, инструментальный образ «*абстрактное множество*» был оторван от фотографической наглядности образов «эмпирическое» и «счётное» множество». Понятие «абстрактное множество» вобрало в себя, не только образы актуально конечных множеств (эмпирического и счётного), но и абстракции «0» (нулевое) и «∞» (бесконечное) количество, которые вводили недостающий символический и понятийный инструмент абстрактно-логических исследований. Ноль - символ отсутствия объектов с качествами, которые соответствовали бы эталонной идеализированной единице счёта. Отсутствие объектов с качествами счётных единиц определяется на основе органов чувств человека. Бесконечное количество (∞) – символ абстрактного понятия бесконечного числа счётных единиц. Инструментальная абстракция «бесконечное количество» не подтверждается данными чувственного восприятия и выводами обработки количественных аспектов мира на основе аналитической логики. Ассоциативно-обобщающее понятие *абстрактное множество* это ***актуальное или потенциальное*** собрание *эмпирических* или *мыслимых* однородных единиц ($1_i$) счёта от их отсутствия (нуля «0») до бесконечного их числа («∞»):

$$\{,\}_{абстр} = 0_{сч},\ \{,\}_{сч.}\ ,\ldots\ \infty_{абст} = 0_{сч},\ [1_1,\ldots, 1_m],\ldots\ \infty = [0_{сч},\ 1_1,\ldots, 1_m],\ldots\ \infty).$$

Абстрактное (продуктивное воображение субъективного разума) мышление человека, преодолев рамки эмпирической (объективно-рассудочной) образности, вышло на уровень абстрактных количественных представлений. Однако, преобладание субъективной ассоциативно-абстрактной формы мышления (*абстрактной логики*) над объективной образно-аналитической формой мышления (*аналитической логикой*) предопределило огромные риски преобладания философии субъективно-идеалистических методов в развитии операционного аппарата математики.

*Основные понятия области счёта и вычислений.*

***Физическая величина*** - общее для эмпирических объектов и процессов то или иное их ***видовое*** *качество* (*свойство*).

***Мера физической величины*** − *единая условная мера* (*единица счёта или измер*ения) *видового* качества (свойства).

«***Совокупность***» ($C_m$) – образно-эмпирическое или абстрактно-мысленное ***конечное*** количественное ***единство*** произвольного числа ($m$) элементов множества, которые равнозначны друг другу как идентичные единицы (меры) сопоставления, счёта или измерения идеализированных качеств (свойств) реальных объектов:

$$C_m = [1_1,\ldots, 1_i,\ldots 1_m]\ .$$

Конечность элементов совокупности означает принадлежность понятия «*совокупность*» к объективно-аналитической форме отражения мира. Любая совокупность (даже сколь угодно большого числа единиц) подлежит реальному счислению её элементов во времени и пространстве. Из определения следует, что ***минимальное число единиц совокупности - две*** (2).

***Количество*** – счётная или измеренная, с помощью меры физической величины, совокупность эмпирических или абстрактных единиц.

***Число*** «$m$» - вербальный и письменный (буква, цифра) символ количества.

## Л Е К Ц И Я I5

### §5. Элементы элементарно-структурированной совокупности.

Если *все счётные элементы* совокупности есть исключительно идентичные друг другу её ***счётные единицы***, то такие *счётные элементы* и такая структура величины совокупности − элементарны. Величина элементарно-структурированной совокупности есть ***куча*** равнозначных элементарных структурных элементов, которыми являются ***единицы*** счёта $\{1^{p}_{эл}, 1^{сч}_{эл}, 1^{a}_{эл}, \} \cong 1$.

Совокупное собрание произвольного пространственного взаимоположения эмпирических объектов (***куча***), представляющих собой условно-элементарные единицы счёта, есть структура натуральная (эмпирическая). *Величина* наглядно-визуальной *эмпирической структуры* равнозначных друг другу счётных единиц мысленно *не упорядочена и абстрактно не структурирована*.

Производить счёт единиц (предметов) элементарно-структурированной совокупности (***кучи***) можно только способом последовательного пересчёта её единиц (предметов) и наличия в языке имён числительных. Поэтому количественный обмен предметами на первобытной стадии общества вёлся способом поштучного сопоставления предметов. Постепенно разные количества единиц (предметов) получали собственные названия.

### § 6. Математическая величина элементарной совокупности.

Величина элементарно-структурированной совокупности есть количество её единиц, определяемое способом их пересчёта. Результат числительного (а не сопоставительного) пересчёта всех предметов (единиц) совокупности (кучи) представляет собой *количественный аспект физической величины* и называется *величина математическая*.

Определение математической величины элементарно-структурированной совокупности производится способом пересчёта её единиц *в произвольном порядке* при условии, что любая элементарная единица совокупности считается один раз:

$$C_m(1)= \text{куча}\Big|_1^m (1_i)= 1_1(1)\rightarrow 1_2(2)\rightarrow 1_3(3)\rightarrow\ldots\rightarrow 1_i(i)\rightarrow\ldots\rightarrow 1_m(m) = m.$$

***Математическая величина элементарно-структурированной совокупности*** ($m$) есть счётное количество (число) её единиц.

Любое натуральное число есть совокупность, обладающая элементарной структурой. Таким образом, натуральное число это математическая величина совокупности с элементарной структурой.

### § 7. Математическая абстракция «действие сложение».

*Сложение* предметов в одном месте, в одну группу − кучу (египетский символ совокупности) есть первобытный, практический способ формирования количественного единства предметов – их совокупности. Этот способ, выражающийся в механическом действии собрания предметов в количественное единство, послужил и служит до сих пор в качестве эмпирического и аналитического образа «*действие сложение*». На основе этих образов, в свою очередь, было сформировано *абстрактно-мысленное представление* «действие сложение», в форме *вербального термина* «действие сложение» и его *письменные символы*. Символы сделали возможным отображение вербального устного счёта в письменном абстрактно-символическом виде. Символы математических действий сложения утвердились за знаками:

«+», «Σ» и "$\int$".

Математическая величина совокупности в символах «сложения» её элементов имеет вид:

$$C_m(1)= \text{куча}_1^m (1_i)= 1_1(1)\rightarrow 1_2(2)\rightarrow\ldots\rightarrow 1_m(m)=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{m}=\Sigma_m(1)= m.$$

Абстракция «***действие сложение***» структурных элементов совокупности распространяется не только на *сложение её элементарных единиц*, но вообще на «сложение» любых структурных элементов с конечной величиной, составляющих общую структуру и величину совокупности. Так же «*действие сложение*» применимо при отображении структуры величины бесконечного множества элементов:

$$\{,\}_{абстр} =1+1+\ldots= \Sigma_1^{\infty}(1) = \infty.$$

«***Сложение***» есть базовая инструментальная абстракция математического мышления. Её функция - формирование структурно организованных абстрактных количественных представлений о хаотичных собраниях единиц счёта. Коммуникационной формой отображения абстрактно-образных представлений сложения единиц в единую совокупность являются математические символы сложения. «*Сложени*е» − исходно-базовая инструментально-математическая абстракция в организации математических представлений о количественных аспектах эмпирических величин.

### § 8. Эмпирические величины (физические, геометрические, др.).

Если элементарную меру реального качества или свойства ($1^{p}_{эл}$) принять в качестве идеализированной *элементарной единицы* (1) счёта (измерения), то совокупная *счётная величина* физического или геометрического свойства имеет следующий символический вид:

$$C_m(1)= \underbrace{1+1+\ldots+1}_{m} = \sum_{1}^{m} 1 = m.$$

Отождествлять реальный объект природы и мысль о нём есть ошибка ума. Поэтому любое счётное количество условных физических единиц измерения (***m***) есть величина математическая − абстрактная, а не объективно-физическая. Однако, любая физическая или геометрическая величина $M^{p}$ может быть выражена *единством* её *математической величины* ($m$) и её *физического качества* (*свойства*), *принятого за элементарную единицу* «1»:

$$M^{p} = C_m(1)[1^{p}_{эл}] = \Sigma_m(1)[1^{p}_{эл}] = m[1^{p}_{эл}].$$

Реальное (эмпирическое) физическое, геометрическое качество или свойство «***p***» записывается справа от математической величины. Например: 10[яблок], 10[коп.], 2[м], или 6м$^2$, 8м$^3$, 5кг, 18м/сек.

Таким образом, термин ***величина физическая*** употребляется:

− для обозначения условной единичной меры ***видовых*** *качеств* объектов действительности $[1^{p}_{эл}]$, и

− для обозначения количественного объёма (математической величины) видового качества того или иного реального объекта:

$$M^{p} = \Sigma_{.m}[1^{p}_{эл}] = m[1^{p}_{эл}].$$

**§ 9. Абстрактно-математическое структурирование величины.**

Математическая величина любой элементарной математической структуры (совокупности единиц) может быть структурирована произвольным образом путём ***практического*** или ***образного*** и соответствующего им ***абстрактно-символического выделения*** в составе единой совокупности − обособленных групп из элементарных единиц, в качестве неэлементарных элементов её структуры.

Практическое, образное или абстрактное обособление части единиц элементарно-структурированной совокупности в виде *отдельной группы* в составе единой их совокупности есть *абстрактно-образный акт представления* элементарной структуры совокупности единиц в ***её неэлементарной структурной форме***. Обособленные группы единиц играют роль отдельных ***неэлементарных структурных единиц*** (***элементов***) совокупности. Преобразование элементарной структурной организации величины совокупности в её неэлементарную структурную организацию способом абстрактного обособления групп её единиц, имеет следующий символический вид:

$$C_m(1)=\Sigma_m(1)=m=\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a}+\underbrace{1+\ldots+1}_{b}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{c}}^{m}=\Sigma_a 1+\Sigma_b 1+\Sigma_c 1=a+b+c,$$

где $a \neq b \neq c \neq 1$. Запись $C_m(1)=a+b+c$ есть символическая форма отображения неэлементарности структуры величины совокупности. Каждый неэлементарный структурный элемент ($a$, $b$, с) совокупности есть элементарно-структурированное собрание единиц. Например:

$$C_a(1)= \text{куча}^{a}_{1}\,(1_i)= 1_1(1)\rightarrow 1_2\,(2)\rightarrow\ldots\rightarrow 1_a(a)=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a}=\Sigma_a(1)= a.$$

***Величина неэлементарного элемента*** структуры совокупности есть ***структурная единица*** величины совокупности с ***эксклюзивным*** *эмпирическим, счётным или абстрактным* ***качеством***.

***Математическое равенство*** – идентичность количества элементарных единиц у совокупностей с разными структурными формами их организации. Равенство – источник правил эквивалентных преобразований величины совокупности.

***Преобразование*** – количественная реорганизация структурных единиц, а, следовательно, и всей структурной фигуры величины совокупности в рамках неизменности количества её элементарных единиц.

**§ 10. Десятичная нумерация величин.**

«*Перед людьми, освоившими натуральный ряд чисел до некоторой достаточно далёкой границы, встала необходимость создания удобных способов названия и записи чисел. Нужно было решить задачу создания устной и письменной нумерации.*

*При значительном объёме числового множества, которым человек владел, нельзя было ограничиться примитивным способом, дающим каждому числу своё особое название. Человеческая память ограничена. Люди догадались, что считать надо* ***группами****, называя группы теми же именами числительными, как единицы, но с добавлением названий групп.*

*Разные народы употребляли различные группы. Большинство народов употребляло и употребляет десятичные группы счёта или десятичную систему счисления. Для составления названий чисел по этой системе нужно иметь десять слов для называния первых десяти чисел, и затем названия для новых счётных групп − сто, тысяч и т. д.*.» (И.Я. Депман, «История арифметики», изд. «Просвещение», 1965г., стр. 26).

Величина совокупности (количество, число) может быть структурирована путём обособления в её составе неэлементарных структурных элементов сложенных из её элементарных единиц. Поэтому любое число может быть ***структурно упорядочено*** путём ***позиционно-символического*** *обособления* элементарных единиц в группы десятичных разрядов, например:

$$m=\Sigma_m(1)=\overbrace{1+\ldots+1}^{m}==\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{1000}+\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{1000}}_{a}+\underbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{100}+\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{100}}_{b}+\underbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{10}+\underbrace{1+\ldots+1}_{10}}_{c}\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{d}}^{m}=$$

$$=\underbrace{a\cdot 1000+b\cdot 100+c\cdot 10+d\cdot 1}_{n}\cong\ abcd,$$

где $a$, $b$, $c$, $d$ - числа от 1 до 9. Пример: 5·1000+3·100+8·10+6=5386.

*Позиционная десятичная система нумерации* есть порядок отображения вербальными или письменными формами *величины элементарно-структурированной совокупности* ***единиц*** способом последовательного перечисления или записи слева направо количества структурных единиц его десятичных разрядов.

**§ 11. Вычитание объектов из совокупности.**

Практические действия *изъятия* предметов из совокупности (кучи) служат эмпирическим ***образом*** для формирования *абстрактно-мысленного представления* «***действие вычитание***» и *абстрактно вербального понятия* «действие вычитание». Математический символ *действия* «*вычитание*» - знак *минус* «−».

Таким образом, «*вычитание*» есть практическое, образное или абстрактно-символическое действие изъятия из единой совокупности обособленной группы её единиц:

$$C_m(1)-C_b(1)=\Sigma_m(1)-\Sigma_b(1)=m-b=$$

$$=\overbrace{\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a}+\underbrace{1+\ldots+1}_{b}}^{m}-\underbrace{(1+\ldots+1)}_{b}=\overbrace{a+b}^{m}-b=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a}=\Sigma_a(1)=a.$$

Символическая запись структуры действия вычитания дважды содержит одну и ту же изымаемую величину: неявно в составе уменьшаемого ($m=a+b$) и явно как отдельное вычитаемое ($b$).

Невозможно практическое изъятие из совокупности реальных объектов больше, чем то количество, из которого она состоит ($m-m=0$). Этот теоретический вывод имеет опытное подтверждение.

Знак «*минус*» как *символ изъятия* не является принадлежностью инструментального понятия «количество», «число», «величина». «*Минус»* - обозначает *исключительно практическое, образное или абстрактное* ***действие изъятия*** (вычитания) групп физических или математических единиц из совокупности. Поэтому минус, обозначая *действие изъятия* и не являясь какой-либо составной частью категории «*количество*» (числа, величины), не может, будучи приписан к произвольному составу элементов совокупности, обращать это количество в отрицательное. В природе нет ни положительных, ни отрицательных количеств (как нет и комплексных величин). Однако, без всякого на то обоснования под воздействием субъективно-абстрактной логики символ «минус» был присвоен категории «количество». Грубая ошибка *абстрактной логики* состоит здесь ***в* не отличии *процесса*** *счёта* ***от предметов*** *счёта*, математического действия над предметами от числительного значения количества предметов. Отождествление разных объектов: процесса (действий) счёта, предметов счёта и мыслей о них обусловило формирование ошибочной, аналитически не расщеплённой на составляющие компоненты гомогенной инструментальной абстракции мышления, при символическом отображении которой символы действий «сложение» и «изъятие» («+» и «−») присвоены символу количества (числу) предметов.

Тем самым в математике были введены в употребление, с аналитической точки зрения ложные, понятия «***положительные***» и «***отрицательные***» ***количества*** и числа. Притом, что значения слов «положительное» и «отрицательное» относятся к *категории качество*, а не к *категории количество*. Это первый негативный сигнал, свидетельствующий об утрате связи формируемых абстракций математики с объективным миром и отношениями его форм. Первый состоявшийся факт победы логики абстрактной над логикой аналитической, победы субъективно-абстрактного метода над объективно-материалистической методологией исследования количественных отношений в природе. Начало *идеалистических* форм в математике.

**§ 12. Действия «сложение» и «вычитание» - основа аппарата математических операций.**

Математические действия сложение и вычитание есть ***базовые математические действия*** по составлению, преобразованию и изменению множеств и совокупностей объектов (единиц) счёта, путём практического, образного и абстрактно-символического объединения единиц и групп из единиц или разбиения собрания единиц на структурные группы с последующим их изъятием из совокупности.

Других абстрактно-образных *действий* (операций), обладающих практическим (физическим) статусом в математике – нет. ***Не существует других*** физически статусных ***способов формирования или изменения количества*** *объектов*, кроме сложения их в единую совокупность (*кучу*) или изъятия из единой совокупности элементарных единиц и её структурных элементов.

Весь остальной математический операционный аппарат есть аппарат преобразования действий сложение и вычитание в удобные и эффективные ***способы и формы*** вычисления величины совокупности. Преобразование структуры совокупности элементарных единиц от одного варианта к другому осуществляется путём абстрактно-мысленных актов структурной реорганизации совокупности. Причём абстрактная реорганизация производиться под давлением субъективной воли и воображения человека. Анализ накопившихся в высшей математике способов структурных преобразований совокупности и правомерность символических форм их отображения составляет предмет исследований данного сочинения - «Философия исправления математики. Счётные структуры и вычисления».

### § 13. Умножение – сложение равными группами. Аспекты философии умножения.

Операция «*умножение*» могла возникнуть на основе вычислений, обеспечивающих торговые операции при продажах одинаковыми мерами (группами) штучных товаров партиями различной величины или на основе подсчёта площадей земельных участков.

«***Умножение***» - *символическая* ***форма*** *количественного единства* всех элементарных единиц совокупности, ***исчисляемых способом*** их ***сложения*** *равными по величине группами единиц*, в которой количественная связь между числом единиц группы (первым разрядом) и числом групп (вторым разрядом) обозначается знаками «×» или «·»:

$$\Sigma_m(1)=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+1+...+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+...+1}_{a_1}+...+\underbrace{1+1+...+1}_{a_1}}^{m_1}}_{b_a}=\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}=b_a\cdot a_1=m_1.$$

Сложение нескольких равных групп элементарных единиц ($\mathbf{\Sigma^b\{\Sigma^a 1_{эл}\}}$) выражают символом «умножение». То есть ***операция*** «***умножение***» − *вид символического отображения* ***упорядоченного счёта*** при ***сложении*** совокупности равными группами единиц. Знак умножения «×» или «·» - символ количественной связи между числом единиц в эксклюзивной группе и количеством таких групп в совокупности. Величина совокупности в символах операции «умножение», состоит из *двух* её ***структурных разрядов*** (***уровней***) «***a***» и «***b***» и соответственно *двух видов* ***структурных*** (***качеств***) ***единиц*** $1_{эл.}$ и $\boldsymbol{a}_1$. Структурные единицы ($1_{эл}$) первого разряда «***a***» – *физические или математические* элементарные структурные единицы счёта. Их количество (число) в каждой группе есть постоянная математическая величина (***a***), которая имеет только счетный, то есть математический статус, но не имеет физического статуса. Это же число (*a* – штук) элементарных единиц имеет только счетный, то есть математический статус, но не имеет физического статуса. Это же число (*a* – штук) элементарных единиц структурной группы первого разряда играет роль счётной или измерительной структурной единицы для второго разряда величины совокупности. Количество (число) ***b*** *групп по* ***a*** штук *элементарных единиц* совокупности также величина математическая. Следовательно. *Общее число элементарных единиц* совокупности, вычисленных на основе базового *действия* «*сложение*» при использовании знака «умножение», как символа количественной связи двух структурных разрядов совокупности, определяется количеством (***a***) элементарных единиц ($1_{эл}$) в группе и количеством таких групп (***b***) в совокупности и приобретает краткую форму символической записи:

$$\Sigma_m(1) = b_a \times a_1 = m_1 .$$

Не каждое количество (число) ***элементарно***-*структурированной* совокупности (кучи), может быть представлено сложением равными по величине группами единиц. Следовательно, не каждое число может быть отображено в символической форме умножения двух или большего числа разрядов величины, как символом их количественной связи. Так как минимальное число структурных единиц разряда две (*минимальное число единиц любой совокупности - две*), то *наименьшее число*, которое можно отобразить *символической формой произведения разрядов величины* **- *четыре*** ($2_2\times2_1=\mathbf{4}_1$).

Структурирование величины совокупности ***способом сложения*** равными группами элементарных единиц, создаёт многократно повторяемые в практике счёта структурные варианты вычисления её величины. Результаты однородных структурных комбинаций ($b\cdot a = n$) зафиксированы в *таблице умножения* и памяти.

### § 14. Порядок иерархи разрядов умножения. Составные числа.

Если величина совокупности (*m*) может быть представлена способом последовательных, поэтапных действий «сложения» элементарных единиц *в группы* (*разряды*), количественная связь между которыми обозначается символом «умножение», то порядок иерархии связи разрядов в структуре величины совокупности имеет следующий вид (***n*** – степень структурной иерархии):

$$m=\Sigma_m(1)= =\underbrace{\overbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{a_1}+..+\underbrace{1+..+1}_{a_1}}_{b_a}+..+\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{a_1}+..+\underbrace{1+..+1}_{a_1}}_{b_a}}_{c_b}+..+\underbrace{\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{a_1}+..+\underbrace{1+..+1}_{a_1}}_{b_a}}_{c_b}}_{h_{n-1}}+...+...}^{m}}_{v_h} =$$

$$=\sum_{1_h}^{v_h}\left\{\sum_{1_{n-2}}^{h_{n-1}}...\left\{\sum_{1_b}^{c_b}\left\{\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}\right\}\right\}\right\}=v_h\cdot h_{n-1}\cdot\ldots\cdot c_b\cdot b_a\cdot a_1\cdot 1.$$

Порядок иерархии этой ***универсальной*** количественной связи разрядов фиксируется позиционным порядком записи числа эксклюзивных структурных единиц ($v,\cdot h,\ldots\cdot c,\cdot b,\cdot a$) каждого разряда величины совокупности справа налево, начиная с первого разряда. Все структурные единицы совокупности имеют *статус неэлементарной* счётной (математической) единицы ($1^{сч}$). Они не могут обладать реальным эмпирическим признаком «***p***» элементарной единицы [$1_{эл}^{p}$]. *За структурную единицу произвольного разряда иерархии совокупности принимается число структурных единиц предыдущего разряда.* Например. Структурной единицей 1-го разряда «$\boldsymbol{a_1}$» является элементарная единица совокупности ($1_{эл}^{p}$). Структурная единица 3-го разряда «$\boldsymbol{c_b}$» − величина второго разряда равная ***b***. Структурная единица *n*-го разряда «$\boldsymbol{v_n}$» − величина (*n*-1)-го разряда равная ***h***.

С учётом качественной эксклюзивности структурных единиц разрядов, их количественного содержания и позиционного порядка иерархии количественной связи разрядов символическая форма величины ***универсальной*** совокупности, выраженная произведением её разрядов, имеет вид:

$$m[1_{эл}^{p}] = \Sigma_m(1_{эл}^{сч})[1_{эл}^{p}] = v_n[1_h^{сч}]\cdot h_{n\text{-}1}[1_{n-2}^{сч}]\cdot\ldots\cdot c_3[1_b^{сч}]\cdot b_2[1_a^{сч}]\cdot a_1[1_{эл}^{p}] =$$

$$= v_h\cdot h_{n\text{-}1}\cdot\ldots\cdot c_b\cdot b_a\cdot a_1\cdot 1^p = v\cdot h\cdot\ldots\cdot c\cdot b\cdot a[1^p].$$

***Составным*** *называется число*, которое может быть представлено произведением любых натуральных чисел, <u>*за исключением единицы*</u>:

$$m = v\cdot h\cdot\ldots\cdot d\cdot c\cdot b\cdot a, \qquad \text{где } \{v, h, \ldots c, b, a\} \neq 1.$$

## § 15. Содержательные и символические аспекты «умножения».

Знание содержательных и символических аспектов эмпирического, образного и абстрактного статуса операции «умножение» в формулах естествознания - важнейшее условие формирования объективных представлений человека о мире эмпирическом и мире математическом. Проведём анализ правомерности использования абстракции «умножение» в формулах естествознания на примерах общефизического характера.

### 15.1 *Первая группа примеров общего физического содержания.*

В практике часто используется запись, когда какая-либо геометрическая или физическая величина, обладающая специфическим видовым качеством, вычисляется как перемножение величин, обладающих другими, отличными от вычисляемой величины видовыми физическими качествами. Например. Вербальная формулировка вычисления площади прямоугольника гласит: «*площадь прямоугольника есть произведение длин его сторон*». Это противоречит тому факту, что единичная мера площади - квадратный метр (или другие масштабированные единицы площади производные от квадратного метра). Тем не менее, именно это *образное представление*, сформированное на основе практических действий измерения площадей, без должного критического анализа аналитическим мышлением было *преобразовано в форму абстрактного логического представления*, которое выражено в символическом виде формулой: S[м$^2$]=a[м]×b[м]. Нет необходимости обосновывать существенное отличие родовых качеств поверхности от родовых качеств линии, площади от протяжённости; они очевидны. Формула вычисления площади с использованием «умножения» (количественной связи) между длинами сторон, которые не являются единицами измерения вычисляемой величины, запечатлела грубую ошибку со стороны абстрактной логики и её символического инструмента. Эта формула выражает конфликт аналитической и абстрактной логики. Физический статус умножения 1[м]×1[м]≠1м$^2$ неизвестен и вполне вероятно, что его вообще не существует.

Единичная мера площадей 1кв. м. - двумерная (два измерения) поверхность, заключённая внутри прямых линий сторон прямоугольника, которые ограничивают его контуры. Действительно, практика предваряющих измерений для определения исходных чисел для вычисления площади, производится линейкой. Число уложений линейки вдоль сторон прямоугольника неизбежно, *согласно определению единичной меры площади*, совпадает с количеством уложений квадратного метра вдоль сторон прямоугольника. Именно поэтому процедура измерения сторон площади линейкой заменяет необходимость наложения квадратных единиц геометрической меры площадей вдоль сторон прямоугольника. Однако эта аналитически оправданная процедура в образе её практического проведения и используемого инструмента (линейки) принимается абстрактной формой мышления за реальную основу измерений и единиц счёта. Абстрактная логика совершает грубую ошибку. В объективные представления и символические формы их отображения внедряются логические искажения.

Объективный характер символических форм решения задач этого класса будет сохранён, если мысленно отделять математическую (счётную) часть формулы от физической или геометрической единичной меры счёта. В этом случае математическая часть записи величины будет полностью соответствовать методам и символам сложения единичных мер исчисления, всем действиям и операциям математики, их математическому статусу. Решения задач этого класса должны сопровождаться адекватным отображением всех их логических и символических элементов. Например:

$$M^{p} = \text{S}[\text{м}^2] = b_a^{сч}\times a_1^{сч}\cdot 1[\text{м}^2]) = m_1[\text{м}^2].$$

### 15.2 *Вторая группа примеров общего физического содержания.*

К группе этого класса задач вычисления относятся задачи, символические формы которых выражают произведение не однородных физических и геометрических величин. Например:

1. *S*[м]= *V*[м/сек]·*t*[сек] – формула пути по известным параметрам скорости и времени.

2. $F$[Н]= $p$[Па]·$S$[м$^2$] – формула силы по известным параметрам давления и площади.

3. $E$[кВт.ч] = $P$[кВт]·$t$[час] – количество потреблённой энергии. И тому подобные примеры.

Обозначение вычислений знаком «умножение» в решениях этого класса задач является объективно обоснованным. Здесь *удельные физические единицы* ($V$[м/сек], $p$[Па=Н/м$^2$] и $P$[кВт]) выполняют роль единичных мер счёта, которые в терминологии вычислительной математики мы называем *элементарными единицами* совокупности. Количество (число) этих удельных (элементарных) единиц в значении скорости, давления и мощности представляют собой неэлементарную величину первого структурного разряда формулы. Они в свою очередь являются неэлементарными структурными единицам второго разряда. Сложение всех условных удельных физических единиц вычисляемой совокупности с использованием абстракции «умножение» при отображении способа вычисления, на примере формулы величины пути, имеет вид:

$$M^{p} = \mathrm{S}[\text{м}] = t_1^{сч} \cdot 1[\text{сек}] \times V_1^{сч} \cdot 1[\text{м/сек}]) = m_1[\text{м}].$$

Символические формы решения задач этого класса с помощью операции «умножение» относятся к счёту (вычислению) физических величин *во времени и пространстве*. Это даёт основание предполагать о существовании фундаментальной качественно-количественной связи пространства и времени как всеобщих, универсальных атрибутов и удельных мер отношения и взаимодействия форм материи друг с другом. Выявление сути пространственно-временной формы существования и механизма взаимопереходов форм материи - фундаментальная задача познания.

15.**3** ***Третья группа примеров общего физического содержания.***

Операция «умножение» нашла широкое применение при вычислениях, когда физические величины отыскиваются путём «*перемножения*» качественно несопоставимых (неоднородных по отношению друг к другу) физических величин (например, $F=ma^2$, $U=IR$). Этот класс примеров противоречит обоснованному ранее сложению качественно однородных величин, условно принятых за элементарную единицу счёта, равными группами. Здесь как минимум две физические величины, качества которых не могут быть сведены к одному общему для них «*элементарному*» качеству. Однако справедливость формул физики (отраслей естествознания) этого класса примеров подтверждают практика и опытные данные. Это объективный факт.

Существующее противоречие между этими двумя объективными фактами может быть разрешено только на основе очевидного допущения о том, что физический и математический статусы операции «умножения» имеют неявно выраженную, скрытую от наших научных представлений общую содержательную основу, которая применима как к категории «количество», так и к категории «качество». Однако смешивать *аналитические* (объективные) *и абстрактные* (субъективные) *представления*, *аналитическую и абстрактную логику* есть ошибки ума. Нерешённость проблемы материальной сущности физического статуса операции «умножение», её формальное заимствование из вычислительной математики имеет чрезвычайно негативное воздействие на развитие естествознания. Возникла проблема взаимоотношения мира абстрактно-логического и реального. Суть этой огромной проблемы математики и всего естествознания состоит ***в сопряжении*** знаний и представлений о состояниях и процессах материи (мир эмпирический) с теми образами и абстракциями (мир теоретический), которые используются в качестве символического инструмента языка математики, где самое существенное значение имеет не форма знаков и символов, а их содержательный статус. Суть статуса операции «*физического умножения*» имеет всеобъемлющее, фундаментальное значение для понимания сущности материи и бытия её форм. Физический статус «умножения», в отличии от его математического статуса, не выявлен до сих пор.

## Л Е К Ц И Я І6

### § 16. Символические формы структурного «умножения».

16.**1** ***Степенная функция***. Если все разряды иерархии величины имеют *переменное*, но равное число структурных единиц ($v_n = h_{n-1} = \ldots = c_3 = b_2 = a_1 = x^{сч}$, где $x$ - основание), то при *фиксированном* показателе степени структурной иерархии «***n***», структура величины имеет вид:

$$y(x) = m = v_n \cdot h_{n-1} \cdot \ldots \cdot c_3 \cdot b_2 \cdot a_1(1) = x_n \cdot x_{n-1} \cdot \ldots \cdot x_3 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot 1^{сч}.$$

В математике такая универсальная структурная связь разрядов называется *степенная функция*: $y = x^n$.

Символическая форма записи степенной зависимости обезличивает порядок иерархии связи разрядов. Отметим, что порядок связи разрядов на результате математических вычислений не сказывается. Порядок связи разрядов важен не для вычислительных процедур, а для отслеживания причинно-следственных связей качественно-количественных переходов форм материи. При записи в форме степенной функции эта возможность утрачена.

Пример совокупности, где группы иерархии каждого из 3-х разрядов величины содержат по четыре структурных элемента ($n$=3):

$$m = \underbrace{\overbrace{\underbrace{IIII+IIII+IIII+IIII}_{4}+\underbrace{IIII+IIII+IIII+IIII}_{4}+\underbrace{IIII+IIII+IIII+IIII}_{4}+\underbrace{IIII+IIII+IIII+IIII}_{4}}^{64}}_{4} = 4_3 \cdot 4_2 \cdot 4_1 = 4^3 = 64[1^{сч}].$$

16.**2.** ***Показательная функция***. Если все разряды иерархии величины содержат одинаковое фиксированное число структурных единиц ($a_x = a_{x-1} = \ldots = a_3 = a_2 = a_1 = a$), а показатель степени структурной иерархии ***n*** - *переменное число* (***n= x***), то структура совокупной величины имеет вид:

$$y(x)=m=a_x \cdot a_{x-1} \cdot \ldots \cdot a_3 \cdot a_2 \cdot a_1 \cdot (1^{сч})= \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a \cdot a}_{n=x} = a^x .$$

16.**3.** ***Логарифмическая функция***. Если *совокупная величина* ***переменна*** ($m$=***x***), а все разряды равны между собой ($a_x = a_{x-1} = \ldots = a_3 = a_2 = \ = a_1 = a$), то показатель степени структурной иерархии ***n*** – так же *переменное число* (***n=y***) и является функцией совокупной величины вида:

$$y(x)= n(x)= \log_a x = пок_a\, x = x/(\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots}_{n}).$$

## § 17. Значение в математике чисел вида $2^n$.

Минимальное число единиц любой совокупности - две. Следовательно, минимальное число структурных единиц любого разряда, совокупность которых выражается в символической форме умножения разрядов, - так же две. Определим минимальное количество всех структурных единиц совокупности в зависимости от числа её разрядов (от степени иерархии ***n***):

***n***=2. $\Sigma_2^{(1+1)} \{\Sigma_1^{(1+1)}\} = 2_2 \times 2_1 = 2^2 = 4$ (ед.).

***n***=3. $\Sigma_3^{2} \{\Sigma_2^{2} \{\Sigma_1^{2}\}\} = 2_3 \times 2_2 \times 2_1 = 2^3 = 8$ (ед.)

..........................................................................................

***n*** =*n*. $\Sigma_n^{2} \{\ldots\{\Sigma_4^{2} \{\Sigma_3^{2} \{\Sigma_2^{2} \{\Sigma_1^{2}\}\}\}\ldots\} = 2_n \times \ldots \times 2_2 \times 2_1 = 2^n$ (ед.)

Чем ещё примечательно число 2 в качестве основания такого расчёта? Как правило, величина любого разряда в алгебре и анализе функций выражается не одним числом, а двумя: первое число - начальное значение аргумента, второе – приращение аргумента. В символах алгебры (п.1) и математического анализа (п.2) имеем общеизвестные символические формы:

1. $(a+b)^2, (a+b)^3, \ldots, (a+b)^n$.
2. $y= (x+\Delta x)^2, y= (x+\Delta x)^3, \ldots, y = (x+\Delta x)^n$.

Здесь $a$ и $b$, $x$ и $\Delta x$ – обозначает величину обособленной группы структурных единиц каждого разряда функции (совокупности). Числа вида $2^n$ определяют общее количество структурных элементов совокупности, когда величина каждого разряда разбита на 2-е части, представляя собой ***би-разряд***. Это самые распространённые постоянные.

Однако, поскольку материал данного параграфа имеет отношение к описанию абстрактно-логических форм «умножения», есть необходимость дать пояснение аналитического характера. Логико-аналитическая форма «умножения» ($y = x_n \cdot x_{n-1} \cdot \ldots \cdot x_3 \cdot x_2 \cdot x_1$) будучи трансформированная в абстрактно-логическую форму ($y=x^n$), утрачивает способность отображать иерархию порядка количественной связи разрядов структуры величины. Вычисление функций превращается в слепое оперирование количествами (по таблице умножений), которые рождаются и умирают в промежуточных - физически без статусных математических операциях. А только аналитическая логика и символика даёт возможность трактовать индивидуальную суть физического статуса любой операции «умножения» на основе её положения (позиции) в общей формуле. Современный аппарат математики безразличен к причинно-следственному порядку стадий материальных процессов и стадий формирования материальных объектов.

## § 18. Некоторые аспекты законов умножения.

18.**1** ***Переместительный закон умножения***.

В современной математике существует правило: *перестановка сомножителей не изменяет величины произведения*:

$$m= v_n \cdot h_{n-1} \cdot \ldots \cdot c_3 \cdot b_2 \cdot a_1. = c_n \cdot a_{n-1} \cdot \ldots \cdot v_3 \cdot h_2 \cdot b_1.$$

Позиция сомножителей в формуле отображает организацию структурного построения разрядов совокупности и обозначает место разряда и порядок развития иерархии связи разрядов в общей иерархии структурных единиц совокупности в направлении от предыдущего разряда (уровня) к последующему. Произвольная (формальная) перестановка сомножителей в формулах физических величин противоречит порядку качественно-количественных взаимопереходов форм материи друг в друга от низшего уровня к высшему. В реальной физике это невозможно. От порядка следования сомножителей *не зависит* лишь ***итоговая*** математическая величина совокупности. Причём, если ***n*** - число разрядов структуры совокупности, то существует **n!** структурных вариантов физических форм материи и соответствующих им ***структурных вариантов*** её математической величины. *Математическая величина всех* **n!** *структурных вариантов одинакова*. Таким образом, это правило исключает из рассмотрения (**n!−1**) вариант формирования той или иной формы материи и соответствующих физических условий в процессе их формирования.

Для определения математической величины совокупности переместительный закон полезен. Однако смена позиционного порядка сомножителей ведёт к изменению *промежуточных значений* при её вычислении. Например, $\mathbf{b_2 \cdot a_1 \neq b_2 \cdot c_1 \neq a_2 \cdot c_1}$, **но** $\mathbf{c_3 \cdot b_2 \cdot a_1 = a_3 \cdot b_2 \cdot c_1 = b_3 \cdot a_2 \cdot c_1}$**.** Правило перестановки сомножителей нарушает адекватность отображения объективно существующей иерархии физических связей и делает бессмысленным поиск физического статуса качественной и количественной подчинённости форм материи.

В отличие от неизменности математической величины, перестановки реальных элементов требуют затрат движения и времени. Например. Задача поднять на 5 этаж 10 кирпичей. Можно перенести все кирпичи за два раза, по 5 кирпичей ($2_{\text{хода}} \cdot 5_{\text{кирп.}} = 10_{\text{кирп.}}$). А можно их перенести за 5 раз по 2 кирпича ($5_{\text{ход.}} \cdot 2_{\text{кирп}} = 10_{\text{кирп}}$). В первом случае тяжело по мощности физических усилий, но быстро по времени. Во втором случае легче физически, но дольше по времени. Порядок следования разрядов величины влияет на характер и ход физ. процессов.

18.**2** ***Распределительный закон умножения для сложения***.

$$m(1)=\overbrace{\underbrace{\left(\underbrace{1+1...+1}_{a}+\underbrace{1+...+1}_{b}\right)+...+\left(\underbrace{1+1...+1}_{a}+\underbrace{1+...+1}_{b}\right)}_{c}}^{m}=\text{c}_{(a+b)}\,(a_1+b_1)=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\left(\underbrace{1+1...+1}_{a}+...+\underbrace{1+1...+1}_{a}\right)}_{c}+\underbrace{\left(\underbrace{1+...+1}_{b}+...+\underbrace{1+...+1}_{b}\right)}_{c}}^{m}=c_a \cdot a_1+c_b \cdot b_1.$$

18.**3** ***Распределительный закон умножения для вычитания***.

$$m=\overbrace{\underbrace{\left(\underbrace{1+1+...+1}_{a}-(\underbrace{1+...+1}_{b})\right)+...+\left(\underbrace{1+1+...+1}_{a}-(\underbrace{1+...+1}_{b})\right)}_{c}}^{m}=c_{(a-b)} \cdot (a-b)=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\left(\underbrace{1+1+...+1}_{a}+...+\underbrace{1+1+...+1}_{a}\right)}_{c}-\underbrace{\left(\underbrace{1+...+1}_{b}+...+\underbrace{1+...+1}_{b}\right)}_{c}}^{m}=c_a \cdot a_1-c_b \cdot b_1.$$

### § 19. Деление – разложение единиц на равные группы.

Операция «*деление*» могла возникнуть как на основе задач распределения известной совокупной величины равными партиями штучных или насыпных мер между известным числом покупателей или на основе вычисления площади равных земельных участков общего земельного фонда, распределяемого между известным числом земледельцев.

*Способ* ***разложения*** (***деления***) всех элементарных единиц совокупности на обособленные группы с равным составом единиц (на равные ***доли***) есть способ формирования равных ***неэлементарных структурных элементов*** (разрядов) величины совокупности ***обратный*** *способу* ***сложения*** величины совокупности равными составами единиц. При сложении совокупности группами равного состава единиц известно как число единиц в группе, так и число таких групп. Поэтому величина совокупности – величина, определяемая «умножением» величины её структурных разрядов (по таблице умножений). При делении, напротив, известна величина совокупности и величина одного из структурных разрядов: число равных её долей или число элементарных единиц каждой из её равных долей.

«***Деление***» (**:** , /) – математическая форма *символического обозначения* ***количественной связи*** между *величиной совокупности и величиной одного из её разрядов*. Разделить (распределить) элементарные единицы совокупности на число долей совокупности означает найти число элементарных единиц в доле:

$$\Sigma_m[1^{\,p}_{\,эл}]/b_a=m\mathbf{:}b_a=\left(\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+...+1}_{a_1}+\underbrace{1+...+1}_{a_1}+...+\underbrace{1+...+1}_{a_1}}_{b_a}}^{m_1}\right)\mathbf{:}b_a=$$

$$=\left(\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}\right)\mathbf{:}\left(\sum_{1_a}^{b_a}1_a\right)=(b_a\times a_1)/b_a=a[1^{\,p}_{\,эл}].$$

Искомые значения разрядов совокупности ($b_a$ или $a_1$) – величины математические (счётные).

### § 20. Порядок иерархии связи разрядов долей совокупности.

Многократное повторение операции деления над значениями промежуточных разрядов (частного делимого) на число структурных единиц (делитель) последующих разрядов образует ***иерархию в очерёдности количественной связи разрядов долей*** совокупности. Очерёдность вычисления долей делением противоположна порядку вычисления величины умножением. Символическая запись деления чисел называется дробью.

Пусть математическая величина, структурированная операцией «умножение» (сложением её структурных единиц) имеет вид:

$$m_{сч}= v_n\cdot h_{n-1}\cdot d_{n-2}\cdot\ldots\cdot c_3\cdot b_2\cdot a_1.$$

Произведём деление частных долей на делители с учетом, что порядок очерёдности делителей: $v_1$, $h_2$, $d_3,\ldots,\cdot c_{n-2}$, $b_{n-1}$, $a_n$ – противоположен порядку отыскания величины совокупности умножением. Тогда число долей (структурных единиц) разрядов деления имеют следующий структурный вид:

число долей 1-го разр. $m_1=v_1$,

ч. д. 2-го разр. $m_2=m/v_1=(v_1\cdot h_2\cdot d_3\cdot\ldots\cdot c_{n-2}\cdot b_{n-1}\cdot a_n)/v_1= h\cdot d\cdot\ldots\cdot c\cdot b\cdot a_1$,

ч. д. 3-го разр. $m_3=m/(v_1\cdot h_2)=m_2/h_2=(h_2\cdot d_3\cdot\ldots\cdot c_{n-2}\cdot b_{n-1}\cdot a_n)/h_2= d\cdot\ldots\cdot c\cdot b\cdot a_1$,

………………………………………………………………………,.

ч. д. $n$-го разр. $m_n= m_{n-1}/b_{n-1}=(b\cdot a)/b= a(1_{сч})$,

ч. д. $(n+1)$-го разр. $m_{n+1}= a/a= 1_{сч}$.

20.1 ***Степенная форма операции деления***.

Если все ***n*** разрядов величины имеют равное число структурных единиц (долей) $v_1=h_2=\ldots=b_{n-1}=a_n=a$, где $a$ - основание, то величина ***k***-ого разряда имеет следующий структурный вид:

$$m_k= m/a^k= a^n/a^k= a^{n-k}.$$

Знак минус при степени ***k*** $(-k)$ обозначает вычитание части величины из совокупности.

20.**2** ***Особенности величины структур произведения и деления.***

**А**. *Особенности величин полученных умножением*.

1. Сложением определяется величина совокупности из групп равного состава *элементарных единиц счёта*. Результат сложения, записанный в форме перемножения разрядов совокупности, *является целочисленным количеством элементарных единиц* совокупности.

2. С увеличением числа разрядов величина совокупности неограниченно возрастает, оставаясь *конечной* и *целочисленной*.

3. Величина произведения разрядов принимает значения *составных количеств* (*чисел*).

**Б**. *Особенности величин полученных делением*.

1. Совокупная величина – конечное, целочисленное количество элементарных единиц. Число структурных единиц (долей) разрядов - *конечные*, *целочисленные величины*.

2. С неограниченным увеличением числа структурных разрядов деления математическая величина доли последнего разряда иерархии неограниченно уменьшается, принимая значение долей элементарной единицы счёта. Величина доли $(n+k)$-го разряда равна:

$$m_{n+k}=m/a^{n+k}=a^n/a^{n+k}= a^{-k}=1/a^k.$$

3. Частное от деления может принимать значения простых чисел натурального ряда.

## § 21. Система линейных уравнений 2-ой степени иерархии. Определитель второго порядка.

Каков принцип решения уравнений вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=m_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=m_2 \end{cases} ?.$$

Основа решений - равенство по величине структурных фигур совокупности. Если (§18.1): $a_{11}x_1\neq a_{21}x_1$ и $a_{21}x_2\neq a_{22}x_2$, то $a_{21}a_{11}x_1=a_{11}a_{21}x_1$ и $a_{22}a_{12}x_2=a_{12}a_{22}x_2$. Поэтому, если первое уравнение системы умножить на $a_{22}$ и вычесть из полученного уравнения второе, умноженное на $a_{12}$, то получим уравнение: $(a_{22}a_{11}-a_{12}a_{21})\cdot x_1=a_{22}m_1-a_{12}m_2$. Аналогичным образом получим второе уравнение. Получим следствие исходной системы (обратите внимание на правильный порядок записи индексов величин):

$$\left.\begin{aligned} (a_{22}a_{11}-a_{12}a_{21})x_1&=a_{22}m_1-a_{12}m_2 \\ (a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12})x_2&=a_{11}m_2-a_{21}m_1 \end{aligned}\right\}$$

Следовательно: $x_1=\dfrac{a_{22}m_1-a_{12}m_2}{a_{22}a_{11}-a_{12}a_{21}}$ и $x_2=\dfrac{a_{11}m_2-a_{21}m_1}{a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}}$.

Запись известных значений разрядов при неизвестных $x_1$ и $x_2$ специальным символом - называется ***матрица*** ($A$) ***коэффициентов***:

$$A=\begin{Bmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{Bmatrix}.$$

Определитель матрицы 2-го порядка есть алгоритм вычисления величины из группировок известных значений её разрядов:

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{vmatrix}=a_{22}\,a_{11}-a_{21}a_{12}.$$

Определители матриц, получаемые из предыдущей заменой 1-го или 2-го столбца на столбец из свободных членов, есть определители первой ($\Delta_1$) и второй ($\Delta_2$) совокупности:

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} m_1a_{12} \\ m_2a_{22} \end{vmatrix}=a_{22}m_1-m_2a_{12} \quad \text{и} \quad \Delta_2=\begin{vmatrix} a_{11}m_1 \\ a_{21}m_2 \end{vmatrix}=m_2a_{11}-a_{21}m_1.$$

Внимание. Порядок индексов математического решения *не совпадает с физически статусным порядком* количественной связи разрядов. В обозначениях введённых символов система и её решения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\cdot x_1 &= \Delta_1 \\ \Delta\cdot x_2 &= \Delta_2 \end{aligned}\right\},\quad x_1=\Delta_1/\Delta,\quad x_2=\Delta_2/\Delta.$$

**§ 22. Анализ обоснованности базовых начал математики.**

Единица – базовое понятие математики об элементарном структурном элементе величины совокупности. Она - структурная основа всего здания количественных отображений и преобразований собрания единиц структурными формами математики. Единица фундаментальная абстракция символических форм математики.

Однако на всём протяжении развития математики продолжался спор о природе единицы. «*Что же представляет единица, греческие учёные определить не могли по той простой причине, что **понятие единицы есть первичное, неопределяемое понятие***». «*Споры о природе единицы прекратились в XVII в, но не в силу ясности решения вопроса, а потому, что интересы математиков переключились от споров о природе числа на способы его использования на практике*». (И.Я. Депман, История арифметики, 1965, стр. 108, 109).

Вопрос обоснования понятия «*единица счёта*» оставлен математиками без решения. Никто из математиков более не предпринял попыток обоснования фундаментальных абстракций и понятий математики на объективной основе.

Представляет интерес предметный анализ утверждения: «*понятие единицы есть первичное, неопределяемое понятие*». Поскольку такое утверждение представляет собой типичную позицию и метод решения математиками проблем обоснования исходных абстракций. Задача обоснования, философского анализа и осмысления подменяется схоластическим аргументом о принятии их за «***неопределяемые понятия***». Зачем ломать голову над математическими «пустяками» пусть даже фундаментальными? Над труднейшей задачей сопряжения аналитических и абстрактных инструментов мышления, рассудочных и ассоциативных форм мышления? Вероятно, проблема для математиков неподъёмна или «непроизводительна». Однако ***нет понятия без его предмета***.

Если предмет существует – он подлежит определению через его качества, свойства и признаки, через отношения к другим предметам, их качествам и свойствам. У единицы нет потаённой, неопределяемой «природы». Единица всецело продукт *аналитической* работы мозга по выработке исходного инструментального образа количественных аспектов мира. Безучастность к проблеме обоснования исходных логических понятий и абстракций математического аппарата, привела к «*изобретению*» неповторимого и отличного от других отраслей естествознания метода исследований. Современная математика и её разделы опираются не на ***логико-аналитические образы*** мышления, а на ***абстрактно-логические аксиомы***. Тем самым математика открыла себе «ящик Пандоры», обнажив проблему противоречий между логикой аналитической и абстрактной при отражении количественных аспектов связей и отношений в природе.

Систематическая аксиоматизация основ математики началась в конце XIX век. Показателен тот факт, что аксиоматизация не была попыткой объективного обоснования аксиом и преодоления методологического провала. Аксиомы создавались на почве устоявшихся абстрактно-логических форм математики. Когда этап стихийно-материалистического формирования базовых абстракций математики остался далеко позади, и в математике утвердилась общепринятая система символов, абстракций и символических форм. Органы чувств человека, а вслед за ними и математическое мышление, с этого момента легко переключалось с объективных количественных аспектов и отношений действительности на собственные математические структуры и формы, обрабатывая их абстрактно-ассоциативной формой мышления (правым полушарием). Аналитическая логика была вытеснена или подчинена задачам и представлениям логики абстрактной. Неизбежная необходимость использования ассоциативной формы мышления для обобщающей, синтетической обработки данных аналитического мышления и использования результатов обработки в качестве необходимого инструмента абстрактной формы мышления, в случае автономной работы ассоциативного мышления, вела к грубым ошибкам абстрактной логики. Аксиомы – инструментальная квинтэссенция абстрактной логики. Продукт искания абстрактных начал и их абстрактного обоснования. Каждый раздел математики имеет свой набор аксиоматических «начал».

Математический идеализм, предопределил вытеснение образов и инструментов аналитической логики из математики. Операционный аппарат, построенный на основе ошибочных аксиом абстрактной логики, выявлять ошибки своей основы не способен. Круг замкнулся. Перспектива движения мысли по спирали и познания закономерностей мира с помощью математики пресеклась.

На сайте форума мехмата МГУ по высшей математике висит девиз «*Аксиома — это истина, на которую не хватило доказательств*». Обескураживающее заявление о методологических принципах обоснования начал операционного аппарата математики. Смелая, безбашенная пропаганда твёрдых убеждений многих поколений математиков в непогрешимости применения субъективно-идеалистического метода в математике. Принцип, согласно которому истина не нуждается в доказательстве, есть продукт догматизма, продукт идеализма и религии, но не науки. ***Истина всегда предметна***. Истина – образ представления адекватный реальным проявлениям сторон объекта среды. ***Беспредметных истин нет***.

**Л Е К Ц И Я 17**

## Г Л А В А II

## МАТЕМАТИКА ИДЕАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

### ТЕМА 3. Философские аспекты идеальной математики.

#### §23. Происхождение абстрактной единицы и чисел.

Абстрактные числа возникли из практики количественного обмена предметов. Основные, часто используемые в практическом мышлении количественные образы, закреплялись и фиксировались в памяти как самостоятельные инструментальные образы мышления. В центре количественных представлений первобытных людей вначале было не число, а собрание предметов среды обитания (эмпирическая совокупность). Человек воспринимал численность совокупности вещей без их счёта. Не умея считать, древние люди при обмене предметами, обладающих разыми качествами, производили *поштучное* их количест-венное ***сопоставление***. Этот практический приём убедительно свидетельствовал о равно численности обмениваемых собраний предметов. На основе практики поштучного сопоставления и работы аналитического мышления формировался *образ* ***элементарной*** *количественной* ***меры сопоставления и счёта*** предметов. Зрительное восприятие группы предметов было основой мыслительного образа совокупного количества, совокупной численности предметов. О количестве из пяти предметов человек говорил: «столько же, сколько пальцев на руке». Отвлечённых понятий о количестве «три» предмета, «пять» предметов и соответствующих числительных имён речи ещё не было.

При количественном сравнении совокупностей предметов способом *поштучного их* сопоставления качества и свойства предметов не имеют значение. Человечество прошло очень длительный период развития количественных представлений. В результате абстрактных мысленных обобщений практики счёта численно равных, но качественно различных собраний предметов, человек пришёл к *интегральным представлениям* (понятиям): *абстрактная единица* и *абстрактное количество*. Материальным свидетельством перехода и освоения человеком абстрактных количественных понятий является использование им числовых зарубок и насечек.

#### § 24. Контроль и доминирование форм мышления в математических исследованиях.

***Схема*** последовательных стадий преобразования чувственных данных восприятия о качественных и количественных аспектах эмпирического мира в инструментальные математические образы, абстракции и символы:

**0** − ***эмпирический мир*** → 1;

**1** − ***чувственное восприятие*** → 2;

**2** − ***аналитическая обработка*** сигналов органов чувств и памяти с целью *расчленения* гомогенной картины окружающей среды *на отдельные её образы, элементы, связи и отношения*, → 3;

**3** − ***формирование аналитических*** идеализированных инструментальных ***образов-элементов*** о качественных и количественных аспектах эмпирического мира, → 4;

**4** − ***формирование ассоциативных форм обобщения*** аналитических *образов в форме абстракций*, →5;

**5** − ***изобретение*** продуктивным воображением ***системы коммуникационно-символических форм отображения*** аналитических образов и ассоциативных абстракций мышления.

Становление и развитие математического мышления имело стихийно-материалистические корни. Основания математики и аппарата её преобразований формировались под контролем аналитических (дифференцирующих) функций рассудочной формы мышления. Аналитическое мышление обеспечивается работой левого полушария. Функция ***анализа*** (***объективной логики***) - поэлементное вычленение в гомогенной картине мира отдельных форм материи, их качеств и свойств. Вычленение качественных и количественных связей и отношений форм материи. Раскрытие причинно-следственных стадий и этапов взаимоперехода форм материи друг в друга. Под контролем аналитического полушария производится совместная с правым полушарием мозга обработка актуально-чувственных сигналов внешней среды и эмпирических образов памяти, на основе которых, в результате интегральных обобщений аналитических образных элементов, идёт формирование абстрактно-обобщённых инструментальных образов ассоциативного (разумного) мышления. Аналитическое мышление в силу его свойств и нейрофизиологических функций составляет центральное звено системы реализации объективно-материалистического метода исследований. Именно рассудок формирует ***базу объективных исходных элементарных логических элементов,*** которые играют роль идеализированных инструментальных ***образов*** мышления. Вплоть до XVII века развитие математики стихийно осуществлялось в рамках материалистической системы отражения мира.

Европейский ренессанс наполнил свежей энергией все сферы деятельности человека. Математика получила сильнейший импульс развития. Развитие кораблестроения, механики, физики, астрономии, земле и водо устройства, архитектуры, и т. п., интенсивная торговля эпохи географических открытий и колонизации обусловили потребность в создании универсальной символики счёта. В 16 веке начинается становление *единого символического языка математики*, завершённое в основном на рубеже 18 и 19 века. Был сформирован единый инструментальный язык математического мышления и обмена информацией. Математика заговорила на языке *образов, абстракций и понятий*. Перед естествознанием открылись неограниченные возможности описания эмпирических и теоретических аспектов качественных и количественных отношений материи. Естествознание обрело универсальный инструментарий ума для *проникновения в фундаментальные основы бытия мироздания*.

Однако необходимое постоянное зрительное созерцание математических формул и моделей, постоянная работа мозга на языке ***абстрактных понятий и символов***, как неизбежных элементов коммуникации, ведёт к тому, что математическое мышление протекает под контролем субъективно-ассоциативных форм мышления, к доминированию абстрактной логики. Значение символов и их физический статус сообщается при обучении и удерживается памятью головного мозга. Со временем эти вводные элементы начал математики постепенно забываются и утрачиваются. Субъективный, воображаемый смысл абстракций обретает самостоятельное инструментальное значение. В эволюции математического мышления возникает противоположный процесс. Логика абстрактного воображения начинает доминировать над эмпирическими и аналитическими образами рассудка в процессах мышления и обработки математической информации. *Аналитическая логика уступает место абстрактной логике.* В математике наступает эра субъективно-идеалистических методов исследования.

Объективная математика сохранила свои позиции в естествознании. Тогда как в самой математической дисциплине были созданы условия идеалистического метода в развитии операционного аппарата. И этот метод был подхвачен энтузиазмом игры воображения гениев и титанов математики. Начался этап бурного развития всевозможных абстрактно-логических методов и систем исчисления. Зачастую эти системы вычислений дублируют друг друга, будучи выраженные разными символическими формами. А порой они просто ошибочны. Перспективы проникновения в основы мироздания остались за рамками математических исследований.

### § 25. Особенности аппарата идеальной математики.

Абстрактная единица ($1^a$), как инструментальная абстракция мышления, в каждой конкретной задаче вычислений облечена соответствующим физическим ($1^p$) и счётным ($1^{сч}$) статусом. Однако абстрактно-мысленная единица ($1^a$) на письме выражается символической единицей ($1^a \cong 1$). Письменная форма теряет свой конкретный, индивидуальный физический статус. Символ «1» запечатлевает счётный статус и обобщает все разнородные единичные меры счёта (структурные единицы счёта), выступая в роли их общего символа – *в роли идеальной единицы*, который не выражает качеств объектов счёта. Это итог долгой и сложной эволюции формирования инструментальных образов, понятий и абстракций в математике.

Зрительное восприятие, центральное место в котором заняли символические формы, предопределило возросшую роль ассоциативных форм мышления в математике. Наглядность формально-абстрактного значения символов обусловили доминирование абстрактной логики над объективно-образными инструментами мышления. *Произошла эволюция математического мышления*. Исследование объективных количественных аспектов мира на основе аналитической логики вытесняются обработкой математических структур коммуникационного аппарата математики на основе субъективно-формальной (абстрактной) логики.

Выступая универсальной абстрактно-числовой мерой, идеальная единица и идеальное количество (число) пробуждают игру субъективного воображения о физическом статусе количественных абстракций в математических моделях. Идеальная математика не способна интерпретировать статус абстрактных элементов символических форм. Задача интерпретации передаётся на рассмотрение соответствующих дисциплин естествознания. Однако, лаконичность символических форм аппарата идеальных количеств, когда результаты вычислений не зависят от порядка связи структурных элементов величины и их физического статуса, даёт преимущества обезличенной логике абстрактных форм перед системой неизбежного анализа большого объёма физически статусных связей и отношений логических элементов при аналитическом исследовании. Там, где структурные переходы (преобразования) величины от одной её структурной фигуры к другой не имеют значение или это значение игнорируется – формальный язык доминирует. Аппарат идеальных количеств завоевывает позиции универсального инструмента математических исследований. Возникает конфликт противоречий субъективно-абстрактной и объективно-аналитической логики, мира эмпирического и мира теоретического.

### § 26. Риски абстрактной логики и математики на её основе.

Риски, связанные с формированием идеальных и идеалистических представлений о мире на основе мыслительных процедур ***продуктивного воображения***, являются закономерными. Идеалистическое мышление и направление познания с неизбежностью обусловлены нейрофизиологическими особенностями работы продуктивного воображения ассоциативной (разумной) формы мышления. Так как познание окружающего мира осуществляется исключительно на основе актуально-чувственного восприятия сигналов среды с последующей их обработкой как ***аналитической***, так и ***ассоциативной*** формами мышления, то все сферы познавательной деятельности и все отрасли естествознания в той или иной мере подвержены риску формирования субъективно-идеалистических представлений о мире.

Однако, если отрасли естествознания все свои исследования ведут на основе объективной методологии, то в «идеальной» математике этот метод не используется. Абстрактно-логические операции идеальной математики не подвергаются критическому анализу с позиций объективно-аналитической логики. Методические заслоны сползания «идеальной математики» в «идеалистическую математику» отсутствуют. Не однажды математика допустила грубейшие ошибки и провалы на основе абстрактной логики.

### § 27. Единица как число. От абстрактного (идеального) числа к его физическому статусу.

Ситуация в идеальной, формально-абстрагированной математике, где к настоящему времени абстрактная единица утратила значение меры конкретных физических качеств и свойств, оставив за собой роль единой счётной меры любых безкачественных (беспредметных) количеств *ровно противоположна* ситуации начального становления понятий и абстракций математики стихийно-материалистического этапа её формирования. Переход от абстрактной единицы к её физическому статусу так же сложен как во времена зарождения математического мышления был сложен переход от конкретного количества к абстрактному числу. Когда переход от конкретного числа (количества) к абстрактной единице и числу сопровождался сложным процессом сопряжения аналитических образов и ассоциативных абстрактных форм обобщений с оттачиванием смыслового и понятийного содержания абстракций.

27.**1** ***Становление абстрактной единицы***.

Сложность становления инструментальных абстракций мышления проиллюстрируем цитатой из «Истории арифметики» И. Я. Демпана.

***Цитата***: «*Греческая математика и философия классического периода называли числом только натуральное число, т. е. целое положительное, как собрание единиц. Единица для них не была числом, «она являлась только зародышем, эмбрионом числа, так как она лишена свойства множественности». Так учили пифагорейцы и философы школы Платона. Евклид говорит: «Число – множество, составляемое из единиц. Единица же – это то, вследствие чего существующее является единым». Она, во всяком случае, для Евклида, не число. ... Неоплатоник Теон Смирнский* (II в. н. э.) *настойчиво повторяет: «единица не есть число, а только источник числа», хотя несколькими строками далее включает* 1 *в ряд нечётных чисел и позднее также в ряд натуральных чисел. То же делает уже Никомах* (I в.н.э.)*, говоря, что каждое число есть полусумма двух равноудалённых от него в противоположных направлениях чисел в натуральном ряду, он оговаривается, что исключением является единица, которая не имеет двух смежных чисел и является половиной единственного смежного с ней числа* 2.

*Некоторое отличие имеет взгляд Аристотеля на число. Он в своей «Метафизике» определяет число как множество, измеренное единицей, а про единицу утверждает, что она есть также множество, только очень небольшое. Так же о «множестве один» говорит философ-стоик Хризипп* (282-209).» (И.Я. Депман, История арифметики, 1965, стр. 108).

***Комментарии к цитате***.

***Первое***. К фразе «…называли числом только натуральное число, т. е. *целое положительное*, как собрание единиц…». Слова «*целое положительное*» вероятно есть поясняющая вставка автора И. Я. Депмана, с целью уточнить с позиций современной ему математики, отстоящей на 2,5 тысячелетия от описываемой эпохи, содержательный смысл числа в наше время. Корректировать слова и взгляды предшественников поправками из будущего излишне. Возникает вопрос: в чём кроется, в чём собственно состоит «*положительность*» единицы и чисел? Предположу – это аксиома (договорная истина) не требующая в математике доказательств. Но как было изложено ранее, понятиями категории «количество» не отображают качественные аспекты объектов. Эта задача понятий относящихся к категории «качество».

Исследуя квантовые ***собрания конечного и постоянного*** (неизменного) *количества* реальных объектов или математических единиц, математика изучает количественные фигуры и их символические формы, составленные из структурных элементов величины собрания, а так же преобразования этих фигур от одной их структуры к другой. Только выполнение ***действий изменения величины*** совокупности и её групп, когда происходит присовокупление или изъятие части из единой совокупности, обуславливают необходимость символического отображения этого математического действия знаком «+» *или* «−» ***перед изменяющим величину совокупности количеством.*** Здесь источник возникновения «отрицательных» и «положительных» чисел.

***Второе***. Точка зрения пифагорейцев и философов школы Платона на единицу как «*зародыш, эмбрион числа*» (количества) справедлива, поскольку единица выступает мерой количества (счёта). Однако не принимать единицу за число - не верное заключение. Единица как мера количества и есть элементарное количество. Любое число, в том числе и элементарное (единица), есть инструментальный и вербальный (числительный) образ количества предметов, каждый из которых имеет свой цифровой символ. Аналогично единице, любое произвольное количество так же может выступать в роли структурной единицы счёта (зародыша, эмбриона счёта группами элементарных единиц). Это свойство чисел используется в роли масштабного фактора счёта и измерения качественно однородных объектов. Если б это было не так, то никакое количество не могло бы быть отнесено к числам.

***Третье.*** Евклид говорит: «*Число – множество, составляемое из единиц. Единица же – это то, вследствие чего существующее является единым*». То, что Евклид не считает единицу числом, означает, что понятие «множество» в его представлении не обрело высшую степень абстрактного обобщения «***количеств***» разной величины. Для него существуют две разные ***подкатегории*** «*количества*»: «***одно***» и «***многое***». Его представление о множестве не идёт дальше филологического значения слова «много». Много – значит не одно. На этом основании Евклид исключает единицу из числового ряда. Это, во-первых. Во-вторых, утверждение Евклида: «*Единица же – это то, вследствие чего существующее является единым*»» означает, что «*существующее является единым*» благодаря единой для всех объектов множества условно назначаемой мере счёта (измерения). Но даже два идентичных предмета или две идентичные счётные (математические) единицы любого множества не составят единое количество – число, пока умозрительно не будут объединены (сложены) ***в единую количественную совокупность*** – инструментальную абстракцию их количественного единства.

***Четвёртое.*** Во времена Никомаха ноль не признавался числом. Но ноль символ для обозначения *отсутствующего количества*. «Нисколько», «одно» и «многое» всё это речевые (вербальные) и математические символы одной категории – категории «*количество*». Единица соответствует тому определению числа, которое дал Никомах. Единица также есть полу сумма чисел 0 и 2.

***Пятое.*** Взгляд Аристотеля на единицу как на «*множество, только очень небольшое*» не содержит указания на суть признака «очень небольшого» множества. Признак любого числа хорошо известен - конкретное количество. *Единица* - ***элементарное количество***, точная и однозначная мера количественных составов. ***Единица*** *как мера счёта и элементарное количество* есть ***первое, элементарное число*** и даёт полную определённость в счислении предметов. В отличие от количественной неопределённости понятия «множество», величина которого подразумевается произвольной. «*Множество*» − обобщение, которое обозначает любое количественно произвольное собрание элементов с однородными или не однородными качествами. Поэтому отдельная единица как элементарный количественный элемент множества составляет элементарное, единичное множество.

Итак. *Единица – мера счёта* ($1^{сч}$)***,*** *элементарное количество* ($1^{a}$) *и первое элементарное число* (1).

27.**2 *Точка зрения Ньютона на чис*ло.**

«*Ньютон в своей «Всеобщей арифметике» заявляет: «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлечённое отношение какой-нибудь величины к другой величине* ***того же рода****, принятой нами за единицу» Этим был установлен современный взгляд на действительное число и на единицу, как число*». (И.Я. Депман, История арифметики, 1965, с. 109).

**1**. ***Понятие числа как отношение двух величин*** (количеств), данное Ньютоном, оторвано от той исторической почвы и тех условий, которые воздействовали на процесс его формирования. *Изначально* под «*числом*» понималось совокупное количественное собрание предметов. Вербальное счисление предметов и вербальные ***числа*** (***числительные***) – первичные образы математического мышления. *Второй уровень* − абстрактная символизация вербальных образов количества - письменные формы количеств ***цифры***. Далее в математическом мышлении возникает *третий* (***сложение и вычитание***) и *четвёртый* (***умножение и деление***) уровень абстрактных количественных обобщений (правил). Ньютон формулирует понятие «число» как обобщение количественных аспектов *пятого уровня*. Он обобщает вычислительные результаты деления первичных чисел друг на друга.

Формулировка Ньютона даёт основание выводу о том, что уже в конце 17 века математическое мышление начало дрейф от объективно-аналитической логики к ассоциативно-абстрактным её формам.

**2. *Отношение однородных величин*** действительно даёт безымянное абстрактное число в чистом виде. Например: 100м/10м.=10. Каковы качества безымянных результатов вычислений (чисел) мы знать не можем, назначая им «*имя качества*» абстрактным воображением или волей субъективного разума. Безымянным числам назначают абстрактные качества: условные структурные единицы, мешки, ящики, части, кучи. Обратный переход от абстрактного (идеального) числа к изначальному представлению о нём как физически статусному качеству так же труден. Только аналитическое мышление, на основе выводов объективного анализа условий и содержания задач, может выявлять «***имена объективного значения и смысла***» *безымянных чисел*, отслеживая ту или иную их фактическую предметность. Физического мира (мироздания) не состоялось бы, если бы мир наполнился безымянными числами без качеств.

**3**. ***В общем случае отношение*** *физических величин есть отношение двух* **неоднородных *величин***. Большинство практических задач и их решения сводятся к вычислению отношений неоднородных величин! Когда делимое, делитель и частное имеют разные, неоднородные в отношении друг другу качества. В этом общем случае число, являясь количественной абстракцией отношения физических величин, составляет лишь математическую часть их отношения. Например: 100м/5с= 20м/с. В этом отвлечённом отношении, вопреки формулировке Ньютона, ни одна из величин не может быть принята за единицу, поскольку величины неоднородны. Однако на практике такое деление производится согласно правилам математики. Получаемое число есть вычислительная абстракция отношения двух разнородных величин и она абсолютно бессмысленна без своего физического статуса.

### § 28. Составные числа (количества).

***Натуральное число* - *составное* (*s*)**, если оно может быть представлено произведением других чисел натурального ряда без остатка единиц (остаток $r$ =0):

$$s=\Sigma_{\mathrm{m}}(1)=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a_1}+\ldots+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a_1}}^{m_1}}_{b_a}=\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}=b_a\cdot a_1+0.$$

Минимальное количество (число) структурных элементов любого разряда (как любой частной совокупности) – **два**. Поэтому символическая запись: $m$=$m$·1 или $m$=1·$m$, когда все $m$ единиц составляют ***одну элементарно-структурированную совокупность***, имеет право на существование, но не является записью составного числа:

$$C_m(1)=\Sigma_{\mathrm{m}}(1)=m=\underbrace{\left(\underbrace{1+1+\ldots+1}_{m_1}\right)}_{1_m}+0=1_m\cdot m_1=1\cdot m\neq s.$$

Такая символическая запись величины совокупности ($C_m$=1·$m$) показывает ***отсутствие*** неэлементарных структурных элементов.

Первое составное число натурального ряда чисел есть число ***четыре***: $2_2\times2_1=\mathbf{4}_1$. Здесь знак «умножения» - символ количественной связи величины разрядов (предыдущего и последующего), каждый из которых состоит из 2-х структурных единиц разряда. Умножение чисел натурального ряда на ***два*** по структурной формуле $s_{(2)}=k_2\cdot 2_1$, даёт все чётные количества (чётные числа). Таким образом, структура составного числа (величины), имеющая символический вид: $k_2$·и первого разряда $a_1$ есть

$$s_{(i\,,\,\mathrm{j})}=k_2\cdot a_1\ ,$$

где $a_1=\{2_1, 3_1, 4_1, \ldots\, i_1, \ldots\}$ и $k_2=\{2_2, 3_2, 4_2, \ldots\, j_2, \ldots\}$, дают натуральные числа кратные двум, трём, четырём, и т. д.; то есть дают составные числа «решета Эратосфена»:

$$\begin{array}{lllll}
2\cdot2_1=4, & 3\cdot2_1=6, & 4\cdot2_1=8, \ldots, & j_2\cdot2_1=s_{(2,\,\mathrm{j})}, \ldots \\
2\cdot3_1=6, & 3\cdot3_1=9, & 4\cdot3_1=12, \ldots, & j_2\cdot3_1=s_{(3,\,\mathrm{j})}, \ldots \\
2\cdot4_1=8, & 3\cdot4_1=12, & 4\cdot4_1=16, \ldots, & j_2\cdot4_1=s_{(4,\,\mathrm{j})}, \ldots \\
\ldots\ldots & & & \\
2\cdot i_1, & 3\cdot i_1, & 4\cdot i_1, \ \ldots., & j_2\cdot i_1=s_{(i,\,\mathrm{j})}, \ldots
\end{array}$$

Поскольку величина второго разряда $k_2$·и первого разряда $a_1$ есть произвольные числа натурального ряда, которые в свою очередь могут являться составными числами, то обобщённый символический вид составного числа выражается формулой:

$$s=j_2\cdot i_1=v_n\cdot h_{n\text{-}1}\cdot\ldots\cdot c_3\cdot b_2\cdot d_1,\quad \text{где } \{v_n, h_{n\text{-}1}, \ldots,\cdot c_3, b_2, d_1\}\neq1.$$

### § 29. Простые числа (количества).

***Натуральное число* - *простое* (*p*)**, если оно **не** может быть представлено произведением других чисел натурального ряда без остатка единиц (остаток $r\neq0$):

$$p=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}}_{b_a}+\underbrace{1+\ldots+1}_{r_1}}^{m_1}=\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1_1}^{a_1}1\right\}+r_1=b_a\cdot a_1+r_1.$$

Простое количество единиц ***не*** разбивается на равные группы при любых комбинациях количества единиц в группе и числе групп. Следовательно, любое простое число есть совокупность единиц, которая может обладать только ***элементарной структурой***.

Любое простое число заключено в ряду натуральных чисел между двумя чётными числами. Тогда:

$$p=(s_{p-}+s_{p+})/2=(2\cdot s_{p-}+2)/2=s_{p-}+1,$$
$$p=(s_{p+}+s_{p-})/2=(2\cdot s_{p+}-2)/2=s_{p+}-1.$$

Таким образом, существует *минимальный* ***остаток*** ($r_1$=«+»1) *и* ***недостаток*** ($r_1$=«−»1) единиц между произвольным простым числом и примыкающими к нему в натуральном ряду чисел предшествующим чётным числом $s_{p-}$ и последующим чётным числом $s_{p+}$.

### § 30. Философские аспекты простых чисел.

***К вопросу об исключении* 1 *из класса простых чисел*.**

«*Выделение числа* 1 *из класса простых чисел, к которому его раньше относили, вызвано тем, что некоторые теоремы о простых числах к числу* 1 *не применимы. ... Явным образом это впервые сделал Л.Эйлер. Он утверждает:* «*Нужно исключить единицу из последовательности простых чисел: будучи началом всех чисел, оно не является ни простым, ни составным*».

(И.Я. Депман, История арифметики, 1965, стр. 130).

*Простые и составные числа* могут быть представлены или исключительно *элементарной* структурой (простые) или *неэлементарной* (составные) структурой величины ***совокупности*** *единиц*. Поскольку единица является элементарным количеством, то, следовательно, она одна не является совокупным собранием себе подобных единиц (совокупностью). Одна единица как единственный элементарный элемент образует элементарное множество, однако одна единица не образует структурно организованную совокупность (единиц). Единица – бесструктурная величина (число). Правила структурных исчислений к единице не применимы.

***О свойствах чисел* 1, 2, 3 *и* 6**.

**1**. ***Единица*** – элементарная, бесструктурная количественная мера, но элементарный структурный квант количества любого счётного собрания и его величины. Одна единица не составляет совокупности. Поэтому ***единица не является ни простым числом, ни составным***.

**2**. Количество в ***две единицы*** есть элементарная совокупность ($C_{эл}$) с *элементарной* структурой и потому *число два есть простое число*. Все количества (числа), имеющие структуру величины $m$=$k_2$·$2_1$, которые образуются умножением элементарной совокупности ($C_{эл}$) на числа натурального ряда {1, 2, 3, …, $k$, …}, есть чётные количества:

$$m=s_{(2)}= k_2\cdot C_{эл} =\{2, 4, 6, 8, \dots, k_2\cdot 2_1,\dots\}.$$

**3**. Количество в ***три единицы*** есть не элементарная совокупность с элементарной структурой её величины. Число три - простое число.

**4**. ***Число* 6**. Произведение двух простых чисел 2 и 3 даёт важное ***составное число 6*** (2·3=6). Причём $p_+=s_6+1= 6+1=7$, $p_-=s_6-1= 6-1=5$.

Здесь отмечены только квантовые количественные свойства, присущие количествам в единицу, в две единицы, в три единицы и шесть единиц. Однако эти количества обладают и другими свойствами, которые служат не только основой класса иррациональных количеств (чисел), но и фундаментальным источником физики причинно-следственных связей и отношений в процессах качественно-количественного взаимоперехода форм материи друг в друга во времени и пространстве.

### § 31. Некоторые аспекты определения простоты числа.

Шаг ряда простых чисел равен 6 единицам (2·3=6). *Все простые числа* ***p*** *принадлежат числовому ряду* $\widetilde{p}$ **= 6·*m*±1** ($m$ – натурально):

$$2\ 3\ 5\ 7\ 11\ 13\ 17\ 19\ 23\ \underline{25}\ 29\ 31\ \underline{35}\ 37\ 41\ 43\ 47\ \underline{49}\ 53\ \underline{55}\ 59\ 61\ \underline{65}\ 67\ 71$$
$$73\ \underline{77}\ 79\ 83\ \underline{85}\ 89\ \underline{91}\ \underline{95}\ 97\ 101\ 103\ 107\ 109\ 113\ \underline{115}\ \underline{119}\ \underline{121}\ \underline{125}\ 127\ \underline{131.}$$

Все подчёркнутые числа являются произведением простых чисел $\widetilde{p}=p_i\cdot p_j$. Например:

$$5\cdot 5=25,\ 5\cdot 7=35,\ 5\cdot 11=55,\ 5\cdot 13=65,\ 7\cdot 7=49,\ 7\cdot 11=77.$$

Псевдопростые составные числа $\widetilde{p}$, есть комбинации произведения простых чисел р. Их значения определяются по формуле:

$$\widetilde{p}_{i,j\dots g} = \mathbf{6}\boldsymbol{m}\mathbf{\pm 1}= p_i\cdot p_j\cdot\ldots\cdot p_g = \mathbf{(6}\boldsymbol{i}\mathbf{\pm 1)\cdot(6}\boldsymbol{j}\mathbf{\pm 1)\cdot\ldots\cdot(6}\boldsymbol{g}\mathbf{\pm 1)},$$

в том числе, когда $i=j=\ldots=g$.

***Псевдопростые двухсоставные*** числа $\widetilde{p}_{i,j}$ определяются по формуле:

$$\widetilde{p}_{\boldsymbol{i,j}} = \mathbf{6}\boldsymbol{m}\mathbf{\pm 1 = (6}\boldsymbol{i}\mathbf{\pm 1)\cdot(6}\boldsymbol{j}\mathbf{\pm 1)}, \qquad (1)$$

которая имеет 4-е однозначные комбинации чисел $\widetilde{p}_{i,j}$, где $i$·и $j$ - натуральные числа:

1. $\widetilde{p}_{i,j} = (6i + 1)\cdot(6j + 1) = 6\cdot[6\cdot i\cdot j + (j+ i)] +1,$
2. $\widetilde{p}_{i,j} = (6i - 1)\cdot(6j - 1) = 6\cdot[6\cdot i\cdot j - (j+ i)] +1,$
3. $\widetilde{p}_{i,j} = (6i + 1)\cdot(6j - 1) = 6\cdot[6\cdot i\cdot j + (j- i)] -1,$
4. $\widetilde{p}_{i,j} = (6i - 1)\cdot(6j + 1) = 6\cdot[6\cdot i\cdot j - (j- i)] -1.$

Примеры.

$\widetilde{p}_{\,1,1}=(6\pm1)\cdot(6\pm1)$: $\quad$ $\widetilde{p}_{\,1,2}=(6\pm1)\cdot(12\pm1)$: $\quad$ $\widetilde{p}_{\,1,3}=(6\pm1)\cdot(18\pm1)$:

$\widetilde{p}_{1,1\,(++)}=6\cdot(6\cdot1+2)+1=49$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,2\,(++)}=6\cdot(6\cdot1\cdot2+3)+1=91$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,3\,(++)}=109$,

$\widetilde{p}_{1,1\,(--)}=6\cdot(6\cdot1-2)+1=25$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,2\,(--)}=6\cdot(6\cdot1\cdot2-3)+1=55$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,3\,(--)}=85$,

$\widetilde{p}_{1,1\,(+-)}=6\cdot(6\cdot1+0)-1=35$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,2\,(+-)}=6\cdot(6\cdot1\cdot2+1)-1=77$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,3\,(+-)}=119$,

$\widetilde{p}_{1,1\,(-+)}=6\cdot(6\cdot1-0)-1=35$. $\quad$ $\widetilde{p}_{1,2\,(-+)}=6\cdot(6\cdot1\cdot2-1)-1=65$, $\quad$ $\widetilde{p}_{1,3\,(-+)}=95$.

По формуле (1) определяются все псевдопростые составные числа $\widetilde{p}_{i,j\ldots g}$. Формула (1), позволяет рассчитать точное число простых чисел натурального ряда в любом произвольном интервале натурального ряда чисел, не прибегая к сплошным вычислениям по принципу «решета Эратосфена».

## § 32. Структурный анализ сложения квадратов чисел.

Квадрат числа - величина совокупности сложенная равными группами единиц двух её структурных разрядов, когда число групп в обоих разрядах одинаково ($r_{\text{ост.}}=0$):

$$\Sigma_m(1)=m_1=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+1+...+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+...+1}_{a_1}+...+\underbrace{1+1+...+1}_{a_1}}_{a_a}+0}^{m_1}=$$

$$=\sum_{1_a}^{a_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}=a_a\cdot a_1=a^2[1].$$

Структура сложения квадратов чисел (Пифагоровых троек, $r=0$):

$$a^2+b^2=\sum_{1_a}^{a_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}+\sum_{1_b}^{b_b}\left\{\sum_{1}^{b_1}1\right\}+0=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{a}+..+\underbrace{1+..}_{a}}_{a}}^{a\cdot a}+\overbrace{\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{a}+..+\underbrace{1+..}_{a}}_{c}}^{c\cdot a}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{c}+..+\underbrace{1+..}_{c}}_{a}}^{ac}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{c}+..+\underbrace{1+..}_{c}}_{c}}^{cc}}^{b\cdot b}=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{a}+..+\underbrace{1+..+1}_{a}}_{a+c}}^{(a+c)a}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{c}+..+\underbrace{1+..}_{c}}_{a+c}}^{(a+c)c}=(a+c)\cdot a+(a+c)\cdot c=(a+c)^2=k^2=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{b}+..+\underbrace{1+..}_{b}}_{b}}^{b\cdot b}+\overbrace{\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{b}+..+\underbrace{1+..}_{b}}_{d}}^{d\cdot b}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{d}+..+\underbrace{1+..}_{d}}_{b}}^{bd}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{d}+..+\underbrace{1+..}_{d}}_{d}}^{dd}}^{a\cdot a}=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{b}+..+\underbrace{1+..+1}_{b}}_{b+d}}^{(b+d)b}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{d}+..+\underbrace{1+..}_{d}}_{b+d}}^{(b+d)d}=(b+d)\cdot b+(b+d)\cdot d=(b+d)^2=k^2.$$

***Пример***.

$$36^2+15^2=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{36}+..\underbrace{1+..}_{36}}_{36}}^{1296}+\overbrace{\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{36}+..\underbrace{1+..}_{36}}_{3}}^{3\cdot36}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{3}+..+\underbrace{1+..}_{3}}_{36}}^{36\cdot3}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{3}+..+\underbrace{1+..}_{3}}_{3}}^{3\times3}}^{15\times15=225}=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{36}+..+\underbrace{1+..+1}_{36}}_{36+3}}^{(36+3)\cdot36}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{3}+..+\underbrace{1+..}_{3}}_{3+36}}^{(3+36)\cdot3}=(36+3)^2=39^2=$$

$$=15^2+36^2=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{15}+..\underbrace{1+..}_{15}}_{15}}^{225}+\overbrace{\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{15}+..\underbrace{1+..}_{15}}_{24}}^{24\cdot15}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{24}+..+\underbrace{1+..}_{24}}_{15}}^{15\cdot24}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{24}+..+\underbrace{1+..}_{24}}_{24}}^{24\times24}}^{36\times36=1296}=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..+1}_{15}+..+\underbrace{1+..+1}_{15}}_{15+24}}^{(15+24)\cdot15}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1+..}_{24}+..+\underbrace{1+..}_{24}}_{24+15}}^{(24+15)\cdot24}=$$

$$=(15+24)^2=39^2=1521.$$

## Л Е К Ц И Я I8

### ТЕМА 4. Дроби и доли.

**§ 33. Совокупность долей.**

В предыдущих параграфах рассмотрены совокупности, элементарные элементы счёта и измерения которых, по критериям эталонного образа идеализированных качеств, принимались за ***элементарную единицу*** *количества*. Величина совокупности единиц имеет вид:

$$C_m(1)= \underbrace{1+1+\ldots+1}_{m}=\Sigma_m(1)= m\cdot 1.$$

Повторим определение «*совокупность*»:

«***Совокупность***» ($C_m$) – образно-эмпирическое или абстрактно-мысленное ***конечное*** *количественное* ***единство*** произвольного числа ($m$) элементов множества, которые равнозначны друг другу как исходные идентичные единицы (меры) сопоставления, счёта и измерения идеализированных качеств (свойств) реальных объектов.

Из определения следует, что число качественно идентичных элементарных количественных элементов (количественных мер) совокупности $C_m$ всегда конечно, целочисленное и равно $\boldsymbol{m}$. Если при этом за исходную количественную меру (единицу) принимается не величина элементарного элемента совокупности, а общая величина самой совокупности $C_m=\Sigma_m=m=1$, то величина элементарного структурного элемента элементарно структурированной совокупности $C_m=1$ является искомой величиной. Она определяется в соответствии с правилами деления по отысканию значений структурных разрядов. Здесь, как и в любых других математических расчетах, единица является исходным структурным элементом вычислений. В данном случае ***единица*** - конечная величина структуры совокупности в составе целого числа $\boldsymbol{m}$ всех её элементарных мер (долей): $1=C_m$(эл. долей). И таким образом, величина элементарной доли составляет часть условной единицы.

В этой лекции рассмотрим количественные аспекты совокупности, элементарные доли которых ($1_{эл.дол.}$), по критериям эталонного образа их идеализированных качеств, отнесены к количественно равнозначным долям совокупной единицы (дробным величинам).

*Какие-либо отличия в структурной организации величины совокупности, элементарные количественные элементы которых приняты или за единицу, или за долю единицы – отсутствуют!*

Принципиально важным для количественных исчислений квантовых структур является, не какой именно структурный элемент совокупности принимают за исходную единицу вычислений (обобщённый или элементарный), а какова организация структуры величины совокупности и количество её элементарных элементов.

**§ 34. Единичные дроби (натуральные доли).**

*Единичная дробь* – элементарная доля элементарно-структурированной совокупности величиной в условную единицу.

Элементарная доля вычисляется как величина первого разряда при известном числе долей в элементарно-структурированной совокупности единичной величины:

$$1=C_m(1_{эл.дол.})=\Sigma_m(1_{эл.дол.})=\overbrace{1_{дол}+1_{дол}+\ldots+1_{дол}}^{m}= m\cdot 1_{эл.дол.}\,,$$

следовательно $1_{эл.дол}=1/m$.

Здесь $1/m$ – величина элементарной структурной доли совокупности. Дробь, числитель которой единица, а знаменатель натуральное число есть единичная дробь (доля). Примеры единичных натуральных долей: 1/2, 1/4, 1/7, 1/105, 1/2238.

Единичная доля называется «***простая единичная доля***», если знаменатель простое число. Пример: 1/2, 1/3, 1/5, 1/7, 1/11, ….

Единичная доля называется «***составная единичная доля***», если знаменатель составное число. Пример: 1/4, 1/6, 1/10, 1/15, 1/21, ….

**§ 35. Обыкновенные доли.**

*Обыкновенная дробь* – совокупная величин целочисленного количества ($k$) единичных долей:

$$C_k(1/m)=\sum^{k}(1/m)=\overbrace{1/m+1/m+\ldots+1/m}^{k}= k\cdot(1/m)= k/m.$$

Любая обыкновенная дробь, как отношение натуральных чисел ($k/m$), есть рациональное число. Например: 2·(1/3)=2/3, 5·(1/12)= 5/12, 10/71, 11/83.

Величина группы (***k/m***) из $\boldsymbol{k}$ единичных долей совокупности единичной величины, состоящей из $\boldsymbol{m}$ элементарных долей**,** может быть представлена в виде единичной доли совокупности:

$$k/m=1/(m/k),\qquad \text{например: } 2/5=1/(5/2).$$

**§ 36. Систематические дроби.**

*Систематическая дробь* ($C\div$) – система абстрактного и символического отображения дробной величины в виде структурной суммы значений её долевых разрядов, при которой величина каждого разряда выражается *целым числом единичных долей этого разряда*:

$$C\div=\Sigma_1^{\,i}(k_j/\Pi_1^{\,j}\,m_j)=\sum_1^i\left(\frac{k_j}{m_1\cdot\ldots\cdot m_j}\right)=0+\frac{k_1}{m_1}+\frac{k_2}{m_1\cdot m_2}+\frac{k_3}{m_1\cdot m_2\cdot m_3}+\ldots+\frac{k_j}{m_1\cdot m_2\cdot\ldots\cdot m_j}+\ldots\,.$$

Вид систематической дроби, структура и величина каждого разряда дроби определяется знаменателями разрядов долей. Знаменатель любого (***j***–го) структурного разряда систематической дроби есть последовательное (позиционное) произведение значений единичных долей всех предшествующих структурных разрядов совокупности и единичной доли самого ***j***–го разряда:

$$\frac{1}{m_1\cdot m_2\cdot\ldots\cdot m_j}=\frac{1}{m_1}\cdot\frac{1}{m_2}\cdot\frac{1}{m_3}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{m_j}\,.$$

Знаменатели (основания) разрядов задают единичную меру (долю) разряда в отношении общей величины совокупности и обуславливают степень точности её вычисления.

Группа из $\boldsymbol{k_j}$ единичных долей ***j***–го разряда (величина разряда) есть частная совокупность (группа), величина которой выражается обыкновенной долей совокупности:

$$k_j\cdot(1/m_1\cdot m_2\cdot\ldots\cdot m_j)=k_j/(m_1\cdot m_2\cdot\ldots\cdot m_j).$$

Запись числа систематической дробью отвечает принципу последовательно-позиционного отображения количественной связи его структурных разрядов. Переместительные законы сложения и умножения здесь неприемлемы, поскольку их применение нарушит принятую систему структурного отображения величины систематической дробью. Но поскольку величина единичных долей разрядов систематических дробей - уменьшающаяся, в отличие от возрастающей величины разрядов совокупности на основе элементарных единиц, то разряды структуры величины систематической дроби записывают не справа налево, а в обратном порядке, в направлении уменьшения величины долей: слева направо. Так как действие «деление» означает изъятие части величины из общей совокупности, то величину разрядов систематических дробей, записываемых слева направо, в необходимых случаях (например, для случая изображения схемы десятичной системы счисления) будем помечать знаком вычитания: индексом «–» (минус).

Вводились систематические дроби, знаменатели разрядов которых - произведение простых чисел: $p_1\cdot p_2\cdot p_3\cdot\ldots$ . Математик конца XIX в. Стефанос рассматривал систематические дроби вида:

$$C\div=\Sigma\div=0+\frac{k_1}{1\cdot 2}+\frac{k_2}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{k_3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}+\ldots+\frac{k_j}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot(j+1)}+\ldots$$

Здесь отметим, что деление на 1, как и умножение на 1, указывает отсутствие неэлементарных структурных долей совокупности (см. §28).

Однако универсальным удобством для практического применения обладают те системы счисления, где основанием счисления разрядов служат степени одного и того же числа. Счисление величины разрядов степенями единой меры образует структурное и мерное единообразие представления величин, создаёт единые условия (систему) их количественного сравнения.

В III тысячелетии до н. э. в Вавилоне была введена система записи структуры величины систематической дробью, последовательными знаменателями которой были степени числа 60:

$$C\div=\Sigma\div=\frac{k_1}{60}+\frac{k_2}{60^2}+\frac{k_3}{60^3}+\ldots+\frac{k_j}{60^j}+\ldots$$

Систематические доли разрядов такой дроби имеют собственные названия: минуты, секунды, терции, кварты. Единичные доли (меры) разрядов: минута=1/60, секунда=$1/60^2$, терция=$1/60^3$, … .

Вавилоняне предвосхитили идею метрической системы, введя в употребление десятичное деление монетных единиц и десятичные дроби. Около 500 г. до н. э. у вавилонян появился символ «***0***» для обозначения отсутствия какого-либо разряда не последнего в числе. Недостатком их системы явилось отсутствие знака (символа) для отделения целой части числа от дробной. Вавилонская система шестидесятеричных дробей была настолько удобна для практических вычислений, что за 200 лет до н. э. была принята греками, от которых перешла в европейскую науку и удовлетворяла её до конца XVI в.

Лишь только на рубеже 16 и 17 веков в Европе шестидесятеричные дроби уступают своё место десятичным дробям, последовательными знаменателями которых является число десять (основание) и его степени (числители разрядов дробей: ${}_{-}k_1$, ${}_{-}k_2$,… отмечены индексом минус «–»):

$$\mathbf{0},\,\boldsymbol{m_i}=C\div=\Sigma\div=0+\frac{{}_{-}k_1}{10}+\frac{{}_{-}k_2}{100}+\frac{{}_{-}k_3}{1000}+\ldots+\frac{{}_{-}k_j}{10^j}+\ldots$$

Таким образом. Распространение десятичной системы счисления, применяемой для счисления целочисленных количеств, на счисление дробных долей единицы и распространение принципа позиционной записи не только на целые, но и на дробные величины было долгим и заняло 4-е тысячелетия. Запятую между целой и дробной частью ввёл Непир в 1617 году.

***Систематическая сумма*** ($\widehat{C}_\Sigma$) ***разрядов числа в десятичной системе счисления*** с любой степенью точности приобрела завершённую символическую форму:

$$\widehat{C}_\Sigma = \boldsymbol{m} = \boldsymbol{m}_{0+} + \boldsymbol{m}_{0-} = \boldsymbol{m}_{0+}, \boldsymbol{m}_{0-} = k_i \cdot 10^i + k_{i-1} \cdot 10^{i-1} + .. + k_2 \cdot 10^2 + k_1 \cdot 10 + k_0, + {}_-k_1 \cdot 10^{-1} + {}_-k_2 \cdot 10^{-2} + .. + {}_-k_j \cdot 10^{-j} + ...,$$

где $\boldsymbol{i}$– десятичные разряды целой части числа, а $\boldsymbol{j}$ - десятичные разряды дробной части числа.

В позиционной системе структура *нумерационной* записи величины (числа) имеет вид:

$$\boldsymbol{m} = \widehat{C}_{10\Sigma} = k_i\, k_{i-1} \ldots k_2\, k_1\, k_0, {}_-k_1\, {}_-k_2 \ldots {}_-k_{(j-1)}\, {}_-k_j + r_{\text{остатка}},$$

числа $k_i, k_{(i-1)}, \ldots, k_2, k_1, k_0, {}_-k_1, {}_-k_2, \ldots {}_-k_{(j-1)}, {}_-k_j$ десятичной записи числа $\boldsymbol{m}$ - есть числа натурального ряда 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Для отличия позиционной нумерации числа в десятичной системе счисления от математических формул будем его подчёркивать сверху:

$$\boldsymbol{m} = \widehat{C}_{10\Sigma} = \overline{k_n k_{n-1} ... k_2 k_1 k_0, {}_-k_1\, {}_-k_2 ...{}_-k_n}\,.$$

## § 37. Систематическая (цепная) единичная дробь.

Любое натуральное число $m$ есть либо составное ($m=s=k_0 \cdot r_0$), либо совокупность составной части числа и простого остатка ($m=s+r_1$):

$$m = \overbrace{\underbrace{\underbrace{1+1+...+1}_{r_0} + ... + \underbrace{1+1+...+1}_{r_0}}_{k_0} + \underbrace{1+...+1}_{r_1}}^{m} = k_0 \cdot r_0 + r_1. \Rightarrow: m/r_0 = k_0 + r_1/r_0.$$

Следовательно, отношение двух натуральных чисел (рациональное число) можно представлять суммой целого числа и дробного остатка. Отношение $\boldsymbol{r_1/r_0}$ можно представить в виде единичной доли величины $\boldsymbol{r_0}$: $\boldsymbol{r_1/r_0} = 1/(\boldsymbol{r_0/r_1})$ (см. §35). Тогда знаменатель этой единичной доли $\boldsymbol{r_0/r_1}$, как отношение двух натуральных чисел, так же есть совокупность целого числа и дробного остатка со знаменателем $r_1$. Цепочка представлений последующих дробных остатков через единичные доли предыдущих остатков элементарных единиц ***конечна*** в силу поэтапного исчерпания остатка элементарных единиц. Здесь числа $k_i$, $r_i$, представляют собой число единичных долей структурного разряда и основание (знаменатель) разряда.

Составление структуры величины отношения двух натуральных чисел ($m/r_0$) по этой системе известно как алгоритм Евклида. Составление ведётся по следующей схеме:

$$\left.\begin{array}{l}
m = k_0 r_0 + r_1 ............ m/r_0 = k_0 + r_1/r_0 = k_0 + 1/(r_0/r_1) \\
r_0 = k_1 r_1 + r_2 ........... r_0/r_1 = k_1 + r_2/r_1 = k_1 + 1(r_1/r_2) \\
r_1 = k_2 r_2 + r_3 ........... r_1/r_2 = k_2 + r_3/r_2 = k_2 + 1/(r_2/r_3) \\
.......................................................................... \\
r_{i-2} = k_{i-1} r_{i-1} + r_i ...... r_{i-2}/r_{i-1} = k_{i-1} + 1/(r_{i-1}/r_i) \\
r_{i-1} = k_i r_i ................. r_{i-1}/r_i = k_i .
\end{array}\right\},$$

где $m \geq r_0 \geq r_1 \geq r_2 \geq \ldots \geq r_j \geq ... \geq r_i > 1$.

Таким образом. Запись отношения натуральных чисел цепной единичной дробью есть система символического отображения структуры этого отношения, при которой величина каждого последующего разряда, есть единичная дробь, знаменателем которой является отношение предыдущего остатка единиц к последующему остатку, и эта единичная дробь обращается в частную совокупность *целого числа* (*составная часть*) *и нового остатка единиц*.

Окончательно, символическая структура рационального отношения имеет вид:

$$m/r_0 = k_0 + 1/(k_1 + 1/(k_2 + \ldots + 1/(k_j + \ldots + 1/(k_{i-1} + 1/k_i).$$

Пример. Представить структуру величины отношения чисел $m$=320 и $r_0$=301 конечной цепной дробью. Запись структуры рационального числа можно вести непрерывно, последовательно производя для каждого разряда расчёт *целого числа* (*составной части*) *и нового остатка единиц*.

$$m/r_0 = 320/301 = 1+19/301 = 1+1/(301/19) = 1+1/(15+16/19) = 1+1/(15+1/(19/16) =$$
$$= 1+1/(15+1/(1+3/16) = 1+1/(15+1/(1+1/(16/3) = 1+1/(15+1/(1+1/(5+1/3) \approx 1{,}0631229...$$

Подходящие дроби:

$$1/15 = 0{,}0666..,\ 1/16 = 0{,}0625,\ 6/95 \approx 0{,}063157894...,\ 19/301 \approx 0{,}0631229...$$

## § 38. Обращение натуральных дробей в десятичные дроби.

Любое число (количество) может быть принято за основание системы счисления. Однако наиболее удобной в практике применения стала десятичная система счисления и соответственно - десятичная система символического отображения количеств. В этой системе число структурных единиц любого десятичного разряда выражается числами от 1 до 9 (1, 2, … , 8, 9). Каждое из этих чисел может быть представлено в виде единичной доли числа 10:

$1/10=1/(10/1)$, $2/10=1/(10/2)$, …, $9/10=1/(10/9)$, $10/10=1$.

Что бы обратить единичную дробь $1/m$ со знаменателем с одним значащим разрядом ($m=k_1$) в десятичную дробь ($0,\boldsymbol{m}_{0-}$) со структурным видом:

$$C\div=0,\boldsymbol{m}_{0-}=1/m=1/\overline{k_1}==0,+{}_{-}k_1/10+{}_{-}k_2/100+{}_{-}k_3/1000+...+{}_{-}k_n/10^n+r_{ocm},$$

необходимо определить целочисленные значения ${}_{-}k_1,{}_{-}k_2,{}_{-}k_3,...,{}_{-}k_n$, которые в каждом разряде десятичной дроби есть отношения десятикратной величины остатка числителя предыдущего разряда ($r_1=1$, $r_2$, $r_3$, …, $r_n$) к знаменателю единичной дроби ($m=\overline{k_1}$):

$${}_{-}k_1=1\cdot10/m,\ {}_{-}k_2=(r_2\cdot10)/m,\ {}_{-}k_3=(r_3\cdot10)/m,\ \dots,\ {}_{-}k_n=(r_n\cdot10)/m.\quad \text{Тогда:}$$

$$0,\boldsymbol{m}_{0-}=1/m=1/\overline{k_1}=0,+\left(\frac{1\cdot10}{\overline{k}_1}\right)\cdot\frac{1}{10}+\left(\frac{r_2\cdot10}{\overline{k}_1}\right)\cdot\frac{1}{100}+\left(\frac{r_3\cdot10}{\overline{k}_1}\right)\cdot\frac{1}{1000}+\ldots+\left(\frac{r_n\cdot10}{\overline{k}_1}\right)\cdot\frac{1}{10^n}+r_{n+1}.$$

**А**. Обращение простых единичных долей в десятичные дроби:

1. $1/3=0,+(10/3)/10+(10/3)/100+(10/3)/1000+\ldots+(10/3)/10^n+r_{n+1}=$
   $=0,333\ldots3+1/10^{(n+1)}$.
2. $1/7=0,+(10/7)/10+(30/7)/100+(20/7)/1000+(60/7)/10^4+(40/7)/10^5+$
   $+(50/7)/10^6+r_7=0,142857+1/10^7$.

**Б**. Обращение единичных долей со знаменателем 2, 5 и 10 в десятичные дроби:

3. $1/2=0,+(10/2)/10+0=0,5$.
4. $1/5=0,+(10/5)/10+0=0,2$.
5. $1/10=0,+(10/10)/10+0=0,1$.

**В**. Обращение составных единичных дробей в десятичные дроби:

6. $1/4=0,+(10/4)/10+(20/4)/100+0=0,25$.
7. $1/6=0,+(10/6)/10+(40/6)/100+(40/6)/1000+\ldots+(40/6)/10^n+r_{n+1}=$
   $=0,1666\ldots6+4/10^{(n+1)}$.
8. $1/8=0,+(10/8)/10+(20/8)/100+(40/8)/1000+0=0,125$.
9. $1/9=0,+(10/9)/10+(10/9)/100+(10/9)/1000+\ldots+(10/9)/10^n+r_{n+1}=$
   $=0,111\ldots1+1/10^{(n+1)}$.

### § 39. Обращение произвольной единичной дроби в десятичную.

Пусть знаменатель $\boldsymbol{m}$ дроби $\mathbf{1/m}$ имеет произвольное число нумерационных разрядов:

$$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{m}_{0+}=\widehat{C}_{10\Sigma}=\overline{k_n...k_2k_1}\ ,.$$

Число нумерационных разрядов знаменателя единичной дроби соответствует первому значащему разряду её десятичной дроби:

$$k_1\to{}_{-}k_1,\ \overline{k_1k_2}\to{}_{-}k_2,\ \overline{k_3k_2k_1}\to{}_{-}k_3,\ \dots,\ \overline{k_n...k_2k_1}\to{}_{-}k_n.$$

То есть при двухзначном знаменателе единичной дроби её десятичная дробь начинается с разряда сотых. При трёхразрядном знаменателе её десятичная дробь начинается с разряда тысячных, и так далее. При обращении единичной дроби $1/m$ с произвольным числом нумерационных разрядов её знаменателя ($m=\overline{k_n...k_2k_1}$) в дробь десятичную

$$\widehat{C}_{10\Sigma}\div=1/m=1/\overline{k_n...k_2k_1}=0,\boldsymbol{m}_{0-}=0,\underbrace{00...0}_{n-1}+{}_{-}k_n/10^n+{}_{-}k_{n+1}/10^{n+1}\ {}_{-}k_{n+2}/10^{n+2}+r_{ocm}$$

значения десятичных разрядов ${}_{-}k_n$, ${}_{-}k_{n+1}$, ${}_{-}k_{n+2}$, … вычисляются как отношение десятикратной величины остатка числителя предыдущего разряда к знаменателю единичной дроби ($m=\overline{k_n...k_2k_1}$):

$${}_{-}k_n=(1\cdot10^n)/m,\quad {}_{-}k_{n+1}=(r_{n+1}\cdot10)/m,\quad \dots,\quad {}_{-}k_{n+b}=(r_{n+b}\cdot10)/m.\quad \text{Тогда:}$$

$$1/m=1/\overline{k_n...k_2k_1}=0,\boldsymbol{m}_{0-}=0,\underbrace{00...0}_{n-1}+\left(\frac{1\cdot10^n}{\overline{\overline{k_n...k_2k_1}}}\right)\cdot10^{-n}+\left(\frac{r_{n+1}\cdot10}{\overline{\overline{k_n...k_2k_1}}}\right)\cdot10^{-(n+1)}+\ldots+\left(\frac{r_{n+b}\cdot10}{\overline{\overline{k_n...k_2k_1}}}\right)\cdot10^{-(n+b)}+r_{n+b+1}.$$

Примеры.

1. $1/53=0,0+(100/53)/100+(470/53)/1000+(460/53)10^{-4}+(360/53)\cdot10^{-5}+r_{ocm}=0,01886+(42/53)\cdot10^{-5}$.
2. $1/233=0,00+(1000/233)/10^3+(680/233)\cdot10^{-4}+(2140/233)\cdot10^{-5}+r_{ocm}=0,00429+(43/233)\cdot10^{-5}$.

### § 40. Типовые свойства обращения единичных долей в десятичную дробь.

**А**. Типовые свойства при обращении единичных долей со знаменателем 2, 5, 10 или составным знаменателем из произведения этих чисел и их степеней в десятичные дроби.

**1**. *Обращение единичных долей вида* «$1/2^n$» *в десятичную дробь*.

$$1/2^n=(1/2)^n=0,(10/2)^n=0,(10^n/2^n)=0,(\overbrace{10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}^{n}/\overbrace{2\cdot2\cdot\ldots\cdot2}^{n})=(0,5)^n.$$

Примеры. $1/2= 0,(10/2)=0,5$.

$1/4=(1/2)^2=[0,(10/2)]^2=0,(10^2/2^2)=(0,5)^2 =0,25$.

$1/8=(1/2)^3=0,(10^3/2^3)=(0,5)^3 =0,125$. ..................

$$1/64=(1/2)^6=0,(10^6/2^6)= 0,(\overbrace{10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10}^{6}/\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2}^{6}) = (0,5)^6=0,015625.$$

**2**. *Обращение единичных долей вида «$1/5^n$» в десятичную дробь.*

$$1/5^n =(1/5)^n=0,(10/5)^n= 0,(10^n/5^n)= 0,(\overbrace{10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}^{n}/\overbrace{5\cdot5\cdot\ldots\cdot5}^{n}) =(0,2)^n.$$

Примеры. $1/5= 0,(10/5)=0,2$.

$1/25=(1/5)^2=0,(10^2/5^2)=(0,2)^2 =0,04$.

$1/125=(1/5)^3=0,(10^3/5^3)=(0,2)^3 =0,008$. ……………..…

$$1/15625=(1/5)^6=0,(10^6/5^6)= 0,(\overbrace{10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10}^{6}/\overbrace{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}^{6}) =(0,2)^6=0,000064.$$

Таким образом, число десятичных разрядов обращённой единичной дроби равно показателю степени числа 2 или числа 5 её знаменателя.

**3**. *Обращение обыкновенных дробей в десятичную дробь.*

Поскольку величина обыкновенной дроби это величина элементарной структурной группы состоящей из целочисленного количества ***k*** единичных долей величиной **1/*m***

$$C_k(1/m)=\overset{k}{\Sigma}\,(1/m) =\overbrace{1/m+1/m+\ldots+1/m}^{k} = k/m = k\cdot(1/m),$$

то обращение обыкновенной дроби в десятичную дробь соответствует умножению числителя обыкновенной дроби (***k***) на обращённую в десятичную дробь её элементарную долю (**1/*m***):

$$\widehat{C}_{10\Sigma\div} =(k/m)=k\cdot(1/m)=k\cdot(1/\overline{k_n\ldots k_2k_1})=k\times\{0,\boldsymbol{m_i}\}=$$

$$= k\times\{\,0,\underbrace{00...0}_{n-1}+\left(\frac{1\cdot10^n}{k_n\ldots k_2k_1}\right)\cdot10^{-n}+\left(\frac{r_{n+1}\cdot10}{k_n\ldots k_2k_1}\right)\cdot10^{-(n+1)}+\ldots+\left(\frac{r_{n+b}\cdot10}{k_n\ldots k_2k_1}\right)\cdot10^{-(n+b)}+r_{n+b+1}\}.$$

Пример. $7/53=7\cdot\{0,0+(100/53)/100+(470/53)/1000+(460/53)\cdot10^{-4}+ (360/53)/10^{-5}+ r\}= 0,13202+7\cdot(42/53)\cdot10^{-5}$.

## § 41. Единообразие принципов количественной структуризации.

Принципы количественной структуризации совокупности элементов универсальны. Если совокупность составлена из ***элементарных единиц***, то её величина имеет вид:

$$C_m(1)= \underbrace{1+1+\ldots+1}_{m} =\Sigma_m(1)= m\cdot1= m.$$

Если совокупность составлена из ***элементарных долей***, то её ***единичная величина*** ($1=1_{совок.}$) имеет вид:

$$C_m(1_{эл.дол.})=\overbrace{1_{дол}+1_{дол}+\ldots+1_{дол}}^{m} =\Sigma_m(1_{эл.дол.})=m\cdot1_{эл.дол.}=1,\text{ где } 1_{эл.дол} =1/m.$$

И в первом и во втором случае структурная фигура совокупности количественных элементов всецело определяет алгоритм для вычисления, как общей величины совокупности, так и определения величины её элементарного элемента в зависимости, что из них принято за единицу исчисления. Элементарные единицы, как и элементарные единичные доли, есть *элементарные элементы структуры* совокупности и как единицы структурного состава совокупности они равнозначны. Следовательно, величина совокупности зависит от двух факторов.

***Первый фундаментальный фактор***, который определяет строение и развитие всего здания математического операционного аппарата, это ***структура связи*** (*фигура*) *групп, разрядов и отдельных элементарных единиц из которых составлена величина общей их совокупности*. Все объективные правила действий, и законы математики сформированы на основе представлений о вычислительных структурах разнообразных величин и подтверждены объективными результатами вычислительной практики. Принципы количественной структуризации структурных количественных элементов совокупности − едины. Единый язык символических обозначений структурных связей совокупности, отображающий взаимную количественную определённость между задаваемой величиной и искомой величиной посредством символов этой связи, выраженных знаками действий «сложение», «вычитание», «умножение» и «деление», обуславливает универсальность арифметических символических форм при отображении любых структурных фигур их элементов совокупности и любых значениях квантовых порций исходных величин. Именно в этом состоит универсальность и постоянство формальных законов математики, поскольку формальные законы есть не что иное, как символическое отображение и запечатление общих принципов структуризации величин. ***Структура совокупности в принципе не зависит ни от величины элементарного элемента её исчисления, ни от общей величины совокупности***. От величины элементарного элемента совокупности зависит только ***итоговая величина*** вычислений. Так же как и величина элементарного элемента зависит от назначаемой величины совокупности. Вне зависимости, что является исходно-заданной величиной: величина совокупности или её элементарная доля − структура количественной связи между ними остаётся постоянной. Именно структура ($\mathrm{Str}_\Sigma$) задаёт определённость количественной связи и отношение величины совокупности и её элементарного элемента:

$$m = \mathrm{Str}_\Sigma \times 1_{\text{эл. стр. элем}} \ \text{ или } \ 1_{\text{эл. стр. элем}} = m/\mathrm{Str}_\Sigma\ .$$

Структурная организация зависит только от числа её элементарных элементов и в принципе не зависит от их величины. Одинаковые фигуры количественных связей, будь они сформированы из спичек или их половинок есть структурно идентичные друг другу фигуры.

***Второй фундаментальный фактор,*** влияющий на конечный вычислительный результат, − ***значение исходной величины***. Исходная величина может быть *как совокупной величиной собрания количественных элементов*, *так и величиной её элементарного элемента*. Структура совокупности отображает фигуру количественной связи между исходной величиной и искомой величиной. ***Число структурных элементов совокупности всегда целочисленно***. Любая целая или дробная величина, любое количество, может быть принято за условную единицу счёта и исчисления, то есть, или за элементарный количественный элемент структурной фигуры совокупности, или за конечную количественную величину структурной фигуры.

Например.

1. Дано: $\mathrm{Str}_\Sigma = a^2$, $a$=11, $1_{\text{эл. стр элем}}$=9/121, тогда $m = \mathrm{Str}_\Sigma \times 1_{\text{эл. стр элем.}} = a^2(1_{\text{эл.стр.элем}})=121\cdot 1_{\text{э.с.э.}} = 121\times 9/121=9$.
2. Дано: $\mathrm{Str}_\Sigma = a^2$, $a$=11, $m$ =9/121, тогда $1_{\text{э.с.э.}} = m/\mathrm{Str}_\Sigma = m/a^2 = (9/121)/121=9/(121)^2$.

*Структура совокупности из целого числа структурных элементов и с целыми значениями их величины, идентична целочисленной структуре совокупности, состоящей из структурных элементов с дробными значениями*. Все правила формального представления в символическом виде идентичных структурных фигур связи элементов количественных собраний и способы их вычисления имеют универсальный характер. Постоянная искомая величина не зависит от условного значения её исходного элемента и в символическом виде может быть представлена различными структурными комбинациями (фигурами) с помощью общепринятых символов арифметических действий.

Таким образом. Изображение количественной связи элементов совокупности символами арифметических действий есть способ абстрактного отображения величины совокупности фигурой структурных связей её элементов. Свойство едино образности инструментального языка при отображении в символическом виде произвольной структуры совокупности есть фундаментальное аналитическое основание постоянства формальных законов математики. Принципы построения и исчисления структурной фигуры величины совокупности – неизменны. Именно структурная организация составляет фундамент математических расчетов. Структурная организация величины − источник и причина единообразия правил структурной организации и их символического отображения. Идентичные структурные фигуры совокупностей имеют идентичный состав структурных разрядов и организацию их связи. И только разное количественное значение, присваиваемое структурным единицам разрядов, обуславливает разное значение искомых величин. Поэтому, если совокупности имеют идентичные друг другу структурные фигуры, например, вида:

$$m = \sum_{1_h}^{v_h}\left\{\sum_{1_{n-1}}^{h_{n-1}} \ldots\ldots \left\{\sum_{1_b}^{c_b}\left\{\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1}^{a_1} 1\right\}\right\}\right\}\right\} = v_h\cdot h_{n\text{-}1}\cdot\ldots\cdot c_b\cdot b_a\cdot a_1(1_{\text{эл. структ. элем.}}),$$

то вне зависимости от конкретных значений разрядов совокупности, ***формула величины*** всех этих совокупностей, в рамках использования одних и тех же постоянных формальных символов вычислительных действий над разрядами и группами единиц будет иметь одинаковый символический вид.

**§ 42. Обоснование теории дробных чисел.**

«*Х. Вольф (1710)…впервые высказывает требование, что законы арифметических действий, установленные при обращения с целыми числами, должны обосновываться для дробей. Методы этого обоснования были разработаны только в XIX в. Основным из них является метод, опирающийся на так называемый «**принцип постоянства формальных законов**», дополненный позднее «методом пар». «Принцип постоянства формальных законов» в современном его виде сформулирован профессором Кембриджского университета Пикоком (1791 - 1853)…*

*Пикок изложил печатно свой принцип постоянства формальных законов впервые в 1833 г., Гамильтон – теорию пар в применении к комплексным числам без понятий в том же, 1833 г.*

*Сама идея перенесения имеющихся в математике законов на новые объекты и идея расширения области их применения весьма стара. Таким путём Орем в XIV в., Шюке в XV в. и Стифель в XVI. в. вводили понятия отрицательных и дробных показателей, а Кардано и Бомбелли в XVI в. мнимые числа. Заслугой Пикока и Гамильтона является подведение логического фундамента под эту операцию. Математик-философ Журден* (*1879-1919*) *говорит по этому поводу:*

*«Математики целые столетия пользовались «отрицательными» и «положительными» числами, отождествляли последние с какими-то числами без знака, не сомневаясь в законности этого, подобно тому, как они пользовались дробными и иррациональными «числами». И когда люди с логическим направлением ума возражали против этих неправильных утверждений, математики просто игнорировали их и говорили: «Продолжайте, а веру обретёте»* (*слова Даламбера юноше, который жаловался на то, что*

*не понимает того, что он делает в математике*). *И математики были правы, но не могли дать правильных обоснований тому, что они делали, - по крайней мере, доводы, которые приводились ими, были всегда неправильны. Не находилось философа-истолкователя, и, таким образом, почти вся интереснейшая часть математики оставалась в темноте до этого времени, когда во второй половине XIX в. математики сами начали развивать философию или скорее логику*».
(Ф. Журден, Природа математики, 1923, стр.59).

*Пикок и Гамильтон, а за ними ряд других математиков были такими математиками-философами, которые первыми стали создавать логический фундамент основ арифметики*»
(И.Я. Депман, История арифметики, 1965, стр. 258-260).

Требование обоснования теории дробных чисел говорит о том, что в математике была утрачена ясность представления о связи количественной организации структуры и величины совокупности с единообразием символов арифметики, используемых для отображения количественных связей между единицами и группами единиц. Структура величины, облачённая в формальные символы аппарата абстракций математики, есть то, что в математике называется формула величины. Фигура формальных символов (*формула*) запечатлевает в абстрактно-символическом виде содержание количественных связей между структурными элементами величины совокупности. Очевидно, что эта простая истина к началу XVIII века была основательно забыта. В математическом мышлении изобразительные символы формальных приёмов вычисления были оторваны от аналитического, содержательного их статуса. Базовая идеология счёта подверглись забвению.

Никто не обратился к анализу идеологии зарождения и развития счёта как источнику утраченных знаний о сущности связи содержательных и формальных аспектов операционного аппарата математики. Никто не пожелал воссоздать картину изначального единства формальных и содержательных аспектов счёта предметов и единообразия принципов количественной структуризации совокупности, которые не зависят от значений, назначаемых исходным величинам совокупности. Не сделав попытку возвращения к истокам зарождения математических форм и их содержательных аспектов, не проанализировав причину и источник «*постоянства формальных законов*» математики поставили вопрос об обосновании законов арифметических действий для дробей. Это убедительный пример утраты ассоциативным математическим мышлением знания практической независимости правил структурных преобразований (правил математики), выражаемых действиями «сложение», «вычитание», «умножение» и «деление», от условных числовых значений, которые человек назначает структурным элементам совокупности.

Именно поэтому в среде математиков был сформулирован призыв по обоснованию использования старых арифметических действий для вычисления совокупности, количественные элементы которой составляют дробные величины − призыв к обоснованию «*принципа постоянства формальных законов*».

«*Пикок и Гамильтон, а за ними ряд других математиков были такими математиками-философами, которые первыми стали создавать логический фундамент основ арифметики*».

Однако во второй половине XIX века, в силу доминирования визуально-ассоциативной логики, искомый логический фундамент уже не мог быть аналитическим логическим фундаментом. Этим фундаментом могла стать исключительно идеалистическая по методу и субъективная по характеру *абстрактная логика*.

## Л Е К Ц И Я I9

## ТЕМА 5. Дифференциальная алгебра.

Исследование предыдущих лекций о становлении *арифметических форм* ведёт к выводу о том, что *любые структурные фигуры из элементов величины совокупности вне зависимости от назначаемой исходной величины расчёта, формируются на одних и тех же принципах единой системы способов и приёмов структуризации совокупности*. В этом состоит причина универсальной применимости символических форм арифметики, причина принципа постоянства формальных законов.

Цель темы − приёмы *алгебраической коммуникации*, которые обеспечивают отображение любых количественных связей и отношений мира в единой системе символических и вычислительных принципов структурной математики (*постоянство формальных законов*).

### § 43. Специфика изображения структуры величины алгебраическими формами.

Наряду с цифровыми символами арифметики, обозначающими *конкретное количество*, применяются буквенные символы для обозначения *произвольного количества* (алгебраическая величина). Под алгебраической величиной понимается любая произвольная, конечная целая или дробная величина. Как было установлено тип величины структурных элементов (целочисленный или дробный) не отражается на принципах структурного построения совокупной величины.

Алгебраическая форма – лишь одна из многочисленных форм математической символики. Каждая форма имеет те или иные специфические удобства при символическом отражении наших представлений о количественных аспектах исчисления. Алгебраическая форма структуризации величин, как и арифметическая, − *вид символической формы* для отображения количественных аспектов структурного состава и величины совокупности как собрания актуально конечного числа её структурных элементов, обладающих актуально конечной величиной. В силу принципа *универсальности символических форм и формальных законов количественного исчисления*, арифметический и алгебраический операционный аппарат отображения структурных аспектов количественного исчисления идентичны друг другу.

Символика современной алгебры, знакомая нам со школьного курса, унаследовала от арифметики правило перестановки сомножителей местами. Алгебраический аппарат не имеет символов для обозначения порядка иерархии связи и подчиненности разрядов при отображении структурной иерархии величины. Для алгебры, как и для арифметики, позиционная запись количественной связи разрядов не имеет значения. В математике важен верный результат в конечном пункте вычислений. ***Универсальная связь разрядов*** величины может быть отображена разными ***позиционными*** фигурами её структуры:

$$m= v\cdot h\cdot\ldots\cdot c\cdot b\cdot a = c\cdot v\cdot\ldots\cdot a\cdot h\cdot b = \text{Constant}.$$

*Алгебраическая функция* это та же формула структуры величины, с тем отличием, что какому-либо структурному разряду (разрядам) величины совокупности или элементарному элементу структуры задают произвольно назначаемые (переменные) значения в рамках неизменной структурной фигуры совокупности. Например:

$$y=f(x)= a_n\cdot x_{n-1}\cdot\ldots\cdot z_3\cdot a_2\cdot x_1\,.$$

Вместе с тем, в силу иерархического порядка подчинённости связи разрядов и зависимости совокупной величины ($y$), как от структуры, так и от величины элементарного элемента структуры (порции исходного количества), символическое изображение функции как совокупной величины, в целях *операционно-инструментальных удобств при математической обработке необходимо разделять на две части*. На ***постоянную часть***, которая представляет собой *неизменяемую алгебраическую величину структуры функции*. И на ***переменную часть***, которая представляет собой *изменяемую величину* (*аргумент*) ***в неизменяемой*** *алгебраической структуре функции*.

При символическом отображении универсальной функции, с выделением в ней постоянной и переменной её частей, изображение аргументной структурной части будем помещать справа от постоянной структурной части, соединяя обе части знаком «умножение». Такая символическая запись формулы универсальной структуры «умножения» наглядно отображает постоянную и переменную части общей структурной организации величины. Структурные аргументы (переменные значения разрядов и элементарных элементов) изображаются буквами $x$, $y$, $z$. Постоянные структурные элементы обозначаются первыми буквами латинского алфавита. При этом под переменными и постоянными буквенными величинами структурных разрядов и элементов совокупности подразумеваются любые произвольные количественные значения, как целочисленные, так и дробные. Например.

$$f(x)=\Sigma_m(x)= m\cdot x = \overbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{x+\ldots+x}_{a_x}+\ldots+\underbrace{x+\ldots+x}_{a_x}}_{b_a}+\ldots+\underbrace{\underbrace{x+\ldots+x}_{a_x}+\ldots+\underbrace{x+\ldots+x}_{a_x}}_{b_a}+\ldots}_{c_b}}^{m}=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{(1_x+\ldots+1_x)}_{a_x}x+\ldots+\underbrace{(1_x+\ldots)}_{a_x}x}_{b_a}+\ldots+\underbrace{\underbrace{(1_x+\ldots)}_{a_x}x+\ldots+\underbrace{(1_x+\ldots)}_{a_x}\cdot x}_{b_a}+\ldots}_{c_b}}^{m}= \sum_{1_b}^{c_b}\left\{\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1_x}^{a_x}x\right\}\right\}= c_b\cdot b_a\cdot a_x\cdot x =(c_b\cdot b_a\cdot a_{1_x}\cdot 1_x)\cdot x.$$

Аргумент $x$ – имеет два инструментально-мысленные и соответствующие им символические значения.

*Первое значение* – обозначать элементарную структурную единицу совокупности $1_{э.с\ ед}$. (элементарную единицу счёта «$1_x$»).

*Второе значение* – обозначать величину элементарной порции количества (значение величины) элементарной структурной единицы совокупности: $x=1_{э.с\ ед}\cdot x_{\text{эл. .порц. кол}}.=1_x\cdot x.$

Величина $\boldsymbol{x}$ принимает любые значения: целочисленные, дробные, иррациональные, степеней и корней произвольных чисел.

Если $c_b=b_a=a_x=a$, то структура функции с отделением постоянной её части от переменной имеет вид:

$$f(x)= (a^3\cdot 1_x)\cdot x =a^3\cdot x.$$

Если при этом $c_{b(3)}=b_{a(2)}=a_{x(1)}= x$, то: $f(x) = x^4$.

## § 44. Вычислительная структура степенной функции.

При проведении анализа зависимости величины функции от её структуры, когда символический вид функции имеет разделение на структурно и количественно значимые части, достаточно подвергнуть анализу только её структурную часть.

Произведём поэлементный и поэтапный анализ формирования системы количественных связей разрядов иерархии степенной функции $f(x)=(c^n\cdot 1_x)\cdot x$ при разных $\boldsymbol{n}$. Так как структура величины со степенной формой не зависит от переменного значения аргумента $\boldsymbol{x}$, то анализу подвергнем именно структурную часть функции $f_{\text{Str}}(1_x)=c^n\cdot 1_x$. Пусть число структурных единиц $\boldsymbol{c}$ (основание) каждого разряда выражено ***двумя*** его ***частями а*** и ***b***: $f_{\text{Str}}(1)=c^n=(a+b)^n$. Тогда иерархия структуры величины совокупности при $n$=2 имеет вид:

$$f_{\text{Str}}(1_x)=c^2=c_2\cdot c_1=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1_x+\ldots+1_x}_{c_1}+\ldots+\underbrace{1_x+\ldots+1_x}_{c_1}}^{c_2\cdot c_1}}_{c_2}=(a+b)^2=(a+b)_2\cdot(a+b)_1=$$

$$=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{b_1}}^{(a+b)_1}+\ldots+\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{b_1}}^{(a+b)_1}}_{(a+b)_2}=$$

$$=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{b_1}}^{(a+b)_1}+\ldots+\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{b_1}}^{(a+b)_1}}_{a_2}+\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{b_1}}^{(a+b)_1}+\ldots+\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{b_1}}^{(a+b)_1}}_{b_2}=$$

$$=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}}^{a_2a_1}}_{a_2}+\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{b_1}+\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{b_1}}^{a_2b_1}}_{a_2}+\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}+\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{a_1}}^{b_2a_1}}_{b_2}+\underbrace{\overbrace{\underbrace{1+\ldots+1}_{b_1}+\ldots+\underbrace{1+\ldots+1}_{b_1}}^{b_2b_1}}_{b_2}=$$

$$=\sum_1^{a_2}\left\{\sum_1^{a_1}1_x\right\}+\sum_1^{a_2}\left\{\sum_1^{b_1}1_x\right\}+\sum_1^{b_2}\left\{\sum_1^{a_1}1_x\right\}+\sum_1^{b_2}\left\{\sum_1^{b_1}1_x\right\}=a_2a_1+b_2a_1+a_2b_1+b_2b_1$$

Структура величины при степени иерархии **3** и ***n***:

$f_{\text{Str}}(1_x)=c^3=(a+b)_3\cdot(a+b)_2\cdot(a+b)_1=a_3a_2a_1+a_3b_2a_1+a_3a_2b_1+a_3b_2b_1+b_3a_2a_1+b_3b_2a_1+b_3a_2b_1+b_3b_2b_1$.

$f_{\text{Str}}(1_x)=c^n=(a+b)_n\cdot\ldots\cdot(a+b)_2\cdot(a+b)_1=a_n\ldots a_2a_1+a_n\ldots b_2a_1+a_n\ldots a_2b_1+\ldots+b_n\ldots b_2a_1+b_n\ldots a_2b_1+b_n\ldots b_2b_1$.

Величина структурных элементов би-разрядов $a_1$, $a_2$, …, $a_n$ есть ***начальные величины*** разрядов совокупности.

*Величина* элементов $b_1$, $b_2$, …, $b_n$ би-разрядов есть ***прибавление*** (при сложении) или ***вычитание*** (при вычитании из разряда) из величины разрядов совокупности (***аргументы разрядов***).

Число групп с эксклюзивным позиционным расположением перемножаемых разрядов при степени иерархии ***n*** равно $2^n$. (см. §17). Совокупная величина $(a+b)^2$ состоит из четырёх эксклюзивных групп, $(a+b)^3$ – из восьми групп, $(a+b)^n$ из $2^n$ эксклюзивных групп.

Все структурные эксклюзивно-позиционные группы (структурные единицы) ***качественно не идентичны*** друг другу. ***Структурное качество*** таких групп (единиц), записанное с индексами уровней иерархии разрядов, запечатлевает порядок количественной связи между ними. Анализ качественных изменений имеет значение при исследовании закономерностей переходов форм материи друг в друга. Такой анализ позволяет проследить фундаментальные причинно-следственные связи и отношения структурных форм в процессах структурных переходов.

Однако при исследовании количественных аспектов вычислительных процедур фактор качественной эксклюзивности структурных элементов роли не играет. Поскольку количественное значение (математическая величина) структурных эксклюзивно-позиционных групп не зависит от отображения порядка следования связи разрядов в их символической записи, то, опуская позиционные индексы обозначения иерархии в порядке связи разрядов, структура со степенной иерархией примет вид:

$(a+b)^2=aa+ba+ab+bb=a^2+2ab+b^2$.

$(a+b)^3=aaa+aba+aab+abb+baa+bba+bab+bbb=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

$(a+b)^n=a^n+C_n^1a^{n-1}b+\ldots+C_n^ka^{n-k}b^k+\ldots+b^n$.

***Структура степенной функции единичной величины.***

Пусть ***с*** – *основание* (число элементов группы) степенной структуры из совокупности дробных элементов, величина которой принята за единицу. Тогда единица, как совокупная величина элементарных дробных элементов имеет следующий структурный вид (***два*** разряда):

$$C(1)=\overset{c}{\Sigma}(1_x)=1=c\cdot 1_x,\ \Rightarrow\ 1_x=1/c.\ \text{Тогда:}$$

$$\overset{c_1}{\Sigma}(1/c)=\overbrace{1/c+1/c+\ldots+1/c}^{c_1=c}=c_1\cdot(1/c)_2=c\cdot(1/c)=1.$$

Структура совокупной единицы из ***трёх*** разрядов:

$$C(1)=\overset{c\cdot c}{\Sigma}(1_x)=1=c\cdot c\cdot 1_x,\ \Rightarrow\ 1_x=1/c^2.$$

$$\sum^{c\cdot c}(1/c^2)=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/c^2+\ldots+1/c^2}_{c_2=c}+\ldots+\underbrace{1/c^2+\ldots+1/c^2}_{c_2=c}}_{c_1=c}}^{1}=\sum_1^{c_1}\left\{\sum_1^{c_2}(1/c)^2\right\}=c_1\cdot c_2\cdot(1/c^2)_3=\cdot c^2\cdot(1/c^2)=1.$$

Структура совокупной единицы из ***n*** разрядов:

$$C(1)=\sum^{c^{n-1}}(1_x)=1=c^{n-1}\cdot(1_x),\ \Rightarrow\ 1_x=1/c^{n-1}.$$

$$C(1)=\sum^{c^n}(1/c^{n-1})=\sum_1^{c_1}\left\{\sum_1^{c_2}\ldots\left\{\sum_1^{c_{n-1}}1/c^{n-1}\right\}\ldots\right\}=c_1\cdot c_2\cdot\ldots\cdot c_{n-1}\cdot(1/c^{n-1})_n=1.$$

Порядок записи величины разрядов (числа структурных единиц разряда), *определяемых операцией «деление»*, производится ***справа налево*** в соответствии с порядком связи уровней иерархии *долей совокупности*. Такой же порядок записи ***справа налево*** имеет место при отображении с помощью операции «умножение» порядка иерархии разрядов структурных *единиц совокупности* (см. §14). Отличие в том, что *элементарная единица* совокупности является структурной единицей первого разряда, а *элементарная доля* совокупности представляет собой последний разряд совокупности долей.

Произведём анализ системы поэлементного формирования эксклюзивно-позиционных групп степенной функции $f(x)=\mathbf{1}=(c^n\cdot 1_x)\cdot x$ на примере последовательных её степеней. Так как структурная организация совокупности единичной величины не зависит от переменной элементарной величины $\boldsymbol{x}$, то анализу подвергнем структурную часть функции, а именно: $1=c^n\cdot 1_x$. Разобьём структурные единицы $\boldsymbol{c}$, каждого разряда на две обособленные группы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$: $1=c^n=(a+b)^n\cdot 1_x$ .

1. Тогда структура единицы, как совокупной величины дробных элементов из двух разрядов имеет вид

($n$=2): $$C(1)=\sum^{c}(1_x)=\sum^{a+b}(1_x)=1=(a+b)_1\cdot(1_x)_2,\ \Rightarrow\ (1_x)_2=1/(a+b)_1.$$

Тогда: $$\sum^{a+b}1/(a+b)_1=\overbrace{1/(a+b)_1+\ldots+1/(a+b)_1}^{c_1=(a+b)_1}=(a+b)_1\ \{1/(a+b)_1\}=(a+b)/(a+b)=1.$$

2. Структура единицы из трёх разрядов ($n$=3):

$$C(1)=\sum^{c^2}(1_x)=\sum^{(a+b)^2}(1_x)=1=(a+b)^2\cdot 1_x,\ \Rightarrow\ \cdot(1_x)_3=1/(a+b)^2.\ \text{Тогда:}\ \sum^{(a+b)^2}1/(a+b)^2=\sum_1^{a_1+b_1}\left\{\sum_1^{a_2+b_2}1/(a+b)^2\right\}=$$

$$=\sum_1^{a_1+b_1}\left\{\overbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots+1/(a+b)^2}_{a_2}+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots+1/(a+b)^2}_{b_2}}^{(a+b)_2}\right\}=$$

$$=\underbrace{\overbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots+1/(a+b)^2}_{a_2}+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{b_2}}^{(a+b)_2}+\ldots+\overbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots+1/(a+b)^2}_{a_2}+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{b_2}}^{(a+b)_2}}_{(a+b)_1}=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{a_2}+\underbrace{1/1(a+b)^2+\ldots}_{b_2}}_{a_1}}^{a_1\times(a+b)_2}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{a_2}+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{b_2}}_{b_1}}^{b_1\times(a+b)_2}=$$

$$=\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{a_2}+\ldots+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{a_2}}_{a_1}}^{a_1a_2}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+..}_{b_2}+\ldots+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{b_2}}_{a_1}}^{a_1b_2}+$$

$$+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+..}_{a_2}+..+\underbrace{1/(a+b)^2+..}_{a_2}}_{b_1}}^{b_1a_2}+\overbrace{\underbrace{\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{b_2}+\ldots+\underbrace{1/(a+b)^2+\ldots}_{b_2}}_{b_1}}^{b_1b_2}=$$

$$=\sum_1^{a_1}\left\{\sum_1^{a_2}1/(a+b)_3^{\ 2}\right\}+\sum_1^{a_1}\left\{\sum_1^{b_2}1/(a+b)_3^{\ 2}\right\}+\sum_1^{b_1}\left\{\sum_1^{a_2}1/(a+b)_3^{\ 2}\right\}+\sum_1^{b_1}\left\{\sum_1^{b_2}1/(a+b)_3^{\ 2}\right\}=$$

$$=a_1a_2/(a+b)_3^{\ 2}+a_1b_2/(a+b)_3^{\ 2}+b_1a_2/(a+b)_3^{\ 2}+b_1b_2/(a+b)_3^{\ 2}=$$

$$=a^2/(a+b)^2+2ba/(a+b)^2+b^2/(a+b)^2=(a+b)^2/(a+b)^2=1.$$

3. Структура совокупной единицы из ***n*** разрядов:

$$C(1) = \sum^{c^{n-1}} (1_x) = \sum^{(a+b)^{n-1}} (1_x) = 1 = (a+b)^{n-1} \cdot 1_x \;\Rightarrow\; (1_x)_n = 1/(a+b)^{n-1}.$$

$$\sum^{(a+b)^{n-1}} 1/(a+b)^{n-1} = \{(a+b)_1 \cdot (a+b)_2 \cdot \ldots \cdot (a+b)_{n-1}\}/(a+b)^{n-1} =$$

$$= (a_1 a_2 \ldots a_{n-1} + a_1 a_2 \ldots b_{n-1} + a_1 b_2 \ldots b_{n-1} + b_1 b_2 \ldots b_{n-1})/(a+b)^{n-1} =$$

$$= (a^{n-1} + C^1_{n-1} a^{n-1} b + \ldots + C^k_n a^{n-k} b^k + \ldots + b^{n-1})/(a+b)^{n-1} =$$

$$= (a+b)^{n-1}/(a+b)^{n-1} = 1.$$

Одинаковость структурных фигур и порядков отдельных групп элементов «умножения» ***би-разрядов*** обуславливает одинаковое число *перестановок*, *размещений* и *сочетаний* элементов как из дробных, так и целочисленных элементарных структурных элементов совокупности при одинаковой степени её структурной иерархии.

## § 45. Биноминальные коэффициенты (числа)

Группы «произведения» элементов ***би-разрядов универсальной*** совокупности назовём ***биноминальными*** структурными ***группами***. Общее число *биноминальных групп* зависит от степени иерархии ***n*** универсальной совокупности и равно $\mathbf{2^n}$ (§17). Для степенной функции, как частного случая универсальной функции, общее число эксклюзивных биноминальных групп так же равно $2^n$:

$$C_m(1_{\text{усл}}) = \Sigma_m(1_{\text{усл}}) = m = a^n = (a/2+a/2)^n = 2^n \cdot (a^n/2^n) = 2^n \cdot (a/2)^n.$$

Биноминальные группы с одинаковым составом ***начальных и прибавочных*** (***вычитаемых***) ***элементов разрядов***, есть группы одного и того же ***биноминального поколения***. Например. Биноминальные группы $a_3b_2a_1$, $a_3a_2b_1$, $b_3a_2a_1$, в которые входит по одному аргументу есть группы ***первого*** биноминального поколения. Биноминальные группы, в которые входит по два аргумента $b_3b_2a_1$, $b_3a_2b_1$, $a_3b_2b_1$ есть группы ***второго*** биноминального поколения. Биноминальная группа из одних начальных элементов ($a_3a_2a_1$) есть ***начальная величина*** функции. Биноминальная группа из одних аргументов ($b_3b_2b_1$) есть ***конечное приращение*** (***вычитание***) функции.

***Число*** *биноминальных групп* ***каждого поколения*** (кроме начального $C^0_n$=1 и конечного $C^n_n$=1) зависит от числа уровней иерархии (числа разрядов) структурной фигуры величины совокупности. Эти числа ($C^k_n$) называются ***биноминальными коэффициентами***. Поскольку общее число *биноминальных групп* всех поколений универсальной и степенной функций - $2^n$, то и сумма биноминальных коэффициентов так же составляет $2^n$:

$$2^n = C^0_n + C^1_n + \ldots + C^k_n + \ldots + C^n_n.$$

Количественный состав позиционно-эксклюзивных биноминальных групп биноминального поколения зависит от степени иерархии ***n***:

$n$= 1. $(a+b)= a+b$ → 1+1

$n$=2. $(a+b)_2 \cdot (a+b)_1 = a_2a_1 + b_2a_1 + a_2b_1 + b_2b_1 = a^2 + 2ab + b^2$ → 1+2+1

$n$= 3. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ → 1+3+3+1

$n$= 4. $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ → 1+4+6+4+1

Структурно-позиционный анализ *состава начальных и прибавочных элементов* биноминальных групп поколений, позволяет выявить закономерности формирования позиционно-эксклюзивных комбинаций «произведения» элементов би-разрядов универсальной и степенной функции, а так же количественные значения ***расположений***, ***размещений*** и ***сочетаний*** элементов би-разрядов в зависимости от степени универсальной иерархии совокупности и порядкового номера биноминального поколения.

**Перестановки** (**расположения**) «$\mathrm{P}_k$ »– комбинации с *неидентичным* позиционным порядком расположения элементов группы. Число всех возможных неидентичных позиционных расположений (перестановок) в группе из ***k*** элементов:

$$\mathrm{P}_k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k = \boldsymbol{k!}.$$

**Размещения** « $\overline{A}^k_n$ » - *эксклюзивные* комбинации позиционного порядка расположения по ***k*** элементов в группе из множества в ***n*** элементов (**2*n*** *частей би-разрядов*). Число размещений:

$$\overline{A}^k_n = n^k.$$

Пример. Число групп с неидентичным позиционным размещением 2-х элементов из 4-х элементного множества равно $4^2$=16 ($4^2 = 2^4$):

*aa, ab, ac, ad, <u>ba</u>, bb, bc, bd, <u>ca</u>, <u>cb</u>, cc, cd, <u>da</u>, <u>db</u>, <u>dc</u>, dd.*

**Размещения с выбыванием** « $A_n^k$ »-*эксклюзивные* комбинации расположений по ***k*** элементов в группе из множества в ***n*** элементов *с выбыванием* 1-го элемента из множества ***n*** (из множества **2*n*** *частей би-разрядов*) с каждым биноминальным поколением.

Число размещений с выбыванием:

$$A_n^k = \mathrm{P}_n/\mathrm{P}_k = n!/k! = 1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot k\cdot(n\text{-}k\text{+}1)\cdot\ldots\cdot(n\text{-}2)\cdot(n\text{-}1)\cdot n/1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot k =$$

$$= (n\text{-}k\text{+}1)\cdot\ldots\cdot(n\text{-}2)\cdot(n\text{-}1)\cdot n = n(n-1)\ldots(n-k+1)\,.$$

**Сочетания** « $C_n^k$ » – *размещения с выбыванием*, из числа которых, исключаются комбинации с повторением одинаковых составов.

Выбывание элементов из множества в ***n*** элементов в каждом биноминальном поколении сопровождается кратным числу выбывших элементов из множества ***n*** (из **2*n*** *частей би-разрядов*) повторением одинаковых составов групп размещения. Число сочетаний:

$$C_n^k = A_n^k \,/\, P_k = P_n \,/ (P_k)^2 = \frac{n!}{(k!)^2} = \frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\frac{n-2}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{n-k+1}{k}\,.$$

## § 46. Структурный анализ универсальной функции.

Произведём анализ алгебраического механизма формирования биноминальных приращений (вычитаний) универсальной функции в зависимости от прибавления (вычитания) величины её разрядов (аргументов). Символическая форма записи ***начальной величины*** совокупности со структурой произведения её разрядов (универсальная функция) имеет следующий операционно-аналитический вид:

$$_{n+1}f_0 = \Sigma_n(1) = \sum_{1_{n-1}}^{h_n}\ldots\left\{\sum_{1_{n-k+1}}^{c_{n-k}}\ldots\left\{\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1_1}^{a_x}1\right\}\right\}\right\} = h_n^{сч}\cdot\ldots\cdot c_{n-k}^{сч}\cdot\ldots\cdot b_a^{сч}\cdot a_{1^p}^{сч}\ \ 1^p = h_n^{сч}\cdot\ldots\cdot c_{n-k}^{сч}\cdot\ldots\cdot b_2^{сч}\cdot a_1^{сч}\ \ (1_{1^p}^{сч})_0,$$

здесь символ «*n*» – означает число структурных разрядов (степень структурной иерархии) функции. Поскольку *нулевой разряд* величины совокупности есть элементарная единица счёта, которая при прибавлении (вычитании) величины элементов би-разрядов сохраняет статус *элементарной единичной количественной меры счёта или измерения эталонного образа идеализированных качеств и свойств объектов* ($1^p = 1_{1^p}^{сч}$), то в условиях неизменной структурной иерархии разрядов совокупности изменяться может величина любого разряда, кроме нулевого разряда. Следовательно, если степень иерархии структуры величины совокупности (функции) равна (***n*+1**), то степень иерархии *составной* (*математически счётной*) части величины совокупности равна ***n***. Анализ именно *составной части величины* совокупности составляет предмет количественных исследований при изменении величины произвольно выбранных разрядов универсальной функции.

Условимся называть аргументами те разряды функции, которым назначено *прибавление или вычитание* их начальной величины. Таким образом, каждый разряд совокупности может выступать в роли аргумента. Так же любая произвольная комбинация разрядов при любом их числе в комбинации от 1 до ***n*** может выступать в роли аргументов. Например. Если число аргументов функции равно ***n***, то новое значение составной (количественно значимой) части универсальной функции имеет следующий операционно-аналитический вид:

$$_{n+1}f(a+\bar{x}_1, b+\bar{x}_2, \ldots, h+\bar{x}_n) = \sum_{1_{n-1}}^{h_n+x_n}\ldots\left\{\sum_{1_{n-k+1}}^{c_{n-k}+x_{n-k}}\ldots\left\{\sum_{1_{a+\bar{x}_1}}^{b_a+\bar{x}_2}\left\{\sum_{1_1}^{a_x+\bar{x}_1}1\right\}\right\}\right\} =$$

$$= (h_n+\bar{x}_n)\cdot\ldots\cdot(c_{n-k}+\bar{x}_{n-k})\cdot\ldots\cdot(b_2+\bar{x}_2)\cdot(a_1+\bar{x}_1) = C_n^0\cdot f_0 + \sum_1^{C_n^1}{}_ч\bar{f}_1 + \sum_1^{C_n^2}{}_ч\bar{f}_2 + \ldots + \sum_1^{C_n^k}{}_ч\bar{f}_k + \ldots + C_n^n\cdot\bar{f}_n\,,$$

где $_ч\bar{f}_k$ – частное приращение произвольной биноминальной группы, произвольного биноминального поколения.

*Возможности структурно-алгебраического отображения.*

1. В рамках неизменной структурной иерархии разрядов универсальной функции, данная символическая форма создаёт наглядность в отслеживании закономерностей формирования всех возможных *приращений и вычитаний* величины совокупности в зависимости от числа аргументов и изменения их величины (прибавления или вычитания разрядов). Поэлементная структуризация величины через отображение всех биноминальных групп приращений и вычитаний функции позволяет решать любые задачи исследования количественных аспектов эмпирических величин счётными методами.

2. Кроме того, в рамках структурно-алгебраического отображения *универсальной* структурной организации связи разрядов наглядно отслеживается изменение величины совокупности в случае увеличения ($v_{n+2}\times{}_{n+1}f_0$) или уменьшения ($_{n+1}f_0/h_n$) числа её разрядов.

3. Вычислять приращения и вычитания функции в комбинациях сочетания первых двух пунктов.

Таким образом. *Структурно-алгебраический вид величины* универсальной функции, как совокупности определённого числа биноминальных групп с эксклюзивным набором состава начальных и прибавочных (вычитаемых) элементов разрядов в каждом её структурном поколении, *позволяет решать все необходимые структурные и вычислительные задачи анализа и исследования универсальной функции*.

## Л Е К Ц И Я 20

### §47. Структурно-алгебраический метод вычислений.

Предмет *дифференциальной алгебры* – закономерности формирования структурных групп приращений и вычитаний произвольной функции и её совокупной величины на основе перехода от начальной алгебраической структурной организации функции к конечной структурной организации функции (совокупности).

*Представление* (отображение) начальной и конечной величины совокупности (функции) *в поэлементном структурно-алгебраическом виде*, *с целью анализа* формирования закономерных организационно-структурных изменений её начальной структуры и связи этих изменений с изменением величины совокупности, есть ***структурно-алгебраический метод исследования функций***. Структурно-алгебраический метод анализа и вычислений использует *классический операционный аппарат алгебры.* Этот метод применим ко всем видам и классам функций, которые сейчас исследуются методами дифференциального и интегрального исчисления.

Поскольку конечная величина ***произвольной*** функции есть совокупность её начальной величины и величины, формируемой частными приращениями (вычитаниями) вновь образованных структурных групп из её начальных и прибавочных элементов, значения которых зависят от назначенных аргументам этих групп прибавлений или вычитаний, то значение конечной величины имеет следующий вид:

$$f_{\text{к}}(\langle x_1, x_2, ..., x_n\rangle; \langle \pm\bar{x}_1, \pm\bar{x}_2, .., \pm\bar{x}_k\rangle) = f_{нач}(x_1, x_2, .., x_n) \pm \sum_{1}^{2^n-1} {}_{ч}\bar{f}_k(\bar{x}_k),$$

где $\langle \pm\bar{x}_1, \pm\bar{x}_2, .., \pm\bar{x}_k\rangle$ имеющие место назначения прибавлению или вычитанию величины в ***k*** эксклюзивных структурных элементах.

Так значение конечной величины ***универсальной*** функции будет иметь следующий операционно-аналитический вид:

$$f_{\text{к}}(a + \bar{x}_1, .., h + \bar{x}_n) = f_0 + \sum_{1}^{C_n^1} {}_{ч}\bar{f}_1 + \sum_{1}^{C_n^2} {}_{ч}\bar{f}_2 + ... + \sum_{1}^{C_n^k} {}_{ч}\bar{f}_k + ... + C_n^n \cdot \bar{f}_n.$$

Введём обозначения для структурных состояний функции:

− начальная величина функции « $f_0(x)$ ».

− величина её полного приращения (вычитания) « $\bar{f}(\bar{x})$ ».

− конечная (новая) величина произвольной функции « $f(x + \bar{x})$ ».

Тогда формула количественной связи величин этих структурных состояний приобретёт следующий вид:

$$f(x + \bar{x}) = f_0(x) + \bar{f}(\bar{x}).$$

Выявим специфику структурно-алгебраического метода на примере вычисления величины ***частного приращения*** (вычитания) универсальной функции по аргументу «*условная единица счёта*».

***Приращение* (*вычитание*) *функции*** $f_0(x) = h_n \cdot \ldots \cdot b_2 \cdot a_1 \cdot (1_{x_0} \cdot x_0)$.

Здесь *аргумент* − 0-*ой разряд*, разряд элементарной единицы исчисления. Так как в качестве меры элементарной единицы совокупности может быть любая произвольная (целая, дробная, иррациональная и т.д.) условная величина, то изменение величины самой элементарной единицы ведёт к изменению величины совокупности в рамках абсолютной неизменности её начальной структурной фигуры. Пусть мера $x_0$, принятая за элементарную единицу $1_{x_0}$ совокупности

$$f_0(x_0) = \sum_{1_{n-1}}^{h_n} \cdots \left\{ \sum_{1_{n-k+1}}^{c_{n-k}} \cdots \left\{ \sum_{1_a}^{b_a} \left\{ \sum_{1_{x_0}}^{a_x} x_0 \right\}\right\}\right\} = h_n \cdot \ldots \cdot c_k \cdot \ldots \cdot b_2 \cdot a_1 \cdot x_0 \;,$$

оставаясь элементарной единицей её счёта, получила прибавление (вычитание) равное $\bar{x}$. Тогда новая элементарная единица $1_{x_0 \pm \bar{x}}$ совокупности примет новое значение: $1_{x_0 \pm \bar{x}} \to (x_0 \pm \bar{x})$.

1. *Конечная* (*новая*) *величина* функции:

$$f(x + \bar{x}) = h_n \cdot \ldots \cdot b_2 \cdot a_1 \cdot (x_0 \pm \bar{x}) = (h_n \cdot \ldots \cdot c_k \cdot \ldots \cdot b_2 \cdot a_1) \cdot x_0 \pm (h_n \cdot \ldots \cdot c_k \cdot \ldots \cdot b_2 \cdot a_1) \cdot \bar{x}.$$

2. *Величина приращения* (*вычитания*) функции от прибавления (вычитания) её элементарной единицы:

$$\bar{f}(\bar{x}) = f(x_0 + \bar{x}) - f_0(x_0) = \pm (h_n \cdot \ldots \cdot c_k \cdot \ldots \cdot b_2 \cdot a_1) \cdot \bar{x}.$$

Весь расчёт ведётся согласно 4-м правилам арифметики и алгебры.

*Какой фундаментальный вывод следует из проиллюстрированного способа определения величины приращения указанной функции ?*

Вывод что:

1. Величина ($h_n\cdot\ldots\cdot c_k\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1$) есть структурная постоянная величина:

$$h_n\cdot\ldots\cdot c_k\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1 = \boldsymbol{Const}\,[\mathrm{Str}\ f_0(x)] = \frac{f_0(x_0)}{x_0}.$$

2. Величина приращения (вычитания) совокупности $\bar{f}(\bar{x})$ − функция произведения постоянной структурной величины при аргументе $\boldsymbol{x}$ на величину прибавления (вычитания) $\pm\bar{x}$ .

Следовательно, поиск величины приращения (вычитания) функции аргумента можно вести упрощенным способом. Оба пункта вычисления − вычисление конечной (новой) величины функции и величины приращения (вычитания) в зависимости от $x_0$ и $\pm\bar{x}$ можно заменить одной равноценной математической операцией − ***действием «умножения» величины структурной постоянной*** при аргументе ***на*** коэффициент пропорциональности, который есть ***отношение прибавления*** (***вычитания***) ***аргумента к его начальному значению***:

$$\bar{f}(\bar{x}) = f_0(x_0)\cdot\left(\frac{\pm\bar{x}}{x_0}\right) = Const_{Str[f_0(x)]}\cdot(\pm\bar{x}).$$

В случае функции $f_0(x)=h_n\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot(1_{x_0}\cdot x_0)$ приращение составит:

$$\bar{f}(\bar{x}) = \frac{f_0(x_0)}{x_0}\cdot(\pm\bar{x}) = Const_{Str[f_0(x)]}\cdot(\pm\bar{x}) = \pm\,(h_n\cdot\ldots\cdot c_k\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1)\cdot\bar{x}.$$

*Постоянную структурную величину при аргументе* будем называть ***мощность сечения функции*** *по аргументу* $\boldsymbol{x}$ и обозначать $\dot{f}(x)$ :

$$\dot{f}(x) = \frac{f_0(x_0)}{x_0}.$$

В обозначениях дифференциальной алгебры величина приращения (вычитания) функции примет нижеследующий вид:

$$\bar{f}(\bar{x}) = f(x_0+\bar{x}) - f_0(x_0) = \dot{f}(x)\cdot(\pm\bar{x}).$$

С целью сравнительного сопоставления двух методических систем отыскания дифференциальных структур и вычисления их величины по методу «*дифференциальной алгебры*» и по методу «*производных*», приведём определение аксиомы высшей математики - «*производная*». Аксиома «*производная*» − базовая абстракция ассоциативно-идеалистических оснований высшей математики.

*Определение*: ***производной функции*** называется предел, к которому стремится отношение бесконечно малого приращения функции к соответствующему бесконечно малому приращению аргумента. В символической форме определение имеет вид:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}.$$

В необходимых случаях результаты исследования количественных аспектов функций методом структурно-алгебраического анализа будем сравнивать с результатами, получаемые по методу «производных» и «первообразных» высшей математики.

## § 48. Отыскание величины частных и полных приращений или вычитаний структурно-алгебраическим методом.

Проиллюстрируем практику применения структурно-алгебраического метода *для анализа* начальной и конечной структурной фигуры функции в результате прибавлений или вычитаний её аргументов *и отыскания* величины полного приращения (вычитания) функции, как совокупности её частных приращений, на примерах.

**1**. ***Приращение функции*** $f_0(x)=h_n\cdot\ldots\cdot c_{n-k}\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot x_0+d$.

1.**1** *Прибавление* аргумента - величина $\bar{x}$ **.**

$$\bar{f}(\bar{x}) = f(x_0+\bar{x}) - f_0(x_0) = [(h_n\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot x_0+d)+(h_n\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot\bar{x})]-(h_n\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot x_0+d)=$$

$$= \frac{f_0(x)}{x_0}\cdot\bar{x} = (h_n\cdot\ldots\cdot c_{n-k}\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1)\cdot\bar{x}.$$

Здесь *мощность сечения функции по аргументу* определяется только относительно групп совокупности с наличием аргумента $\boldsymbol{x}$:

$$\dot{f}(x) = \frac{f_0(x)}{x} = (h_n\cdot\ldots\cdot c_{n-k}\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot x)/x = h_n\cdot\ldots\cdot c_{n-k}\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1.$$

1.**2**. *Вычитание* аргумента – величина: $(-\bar{x})$.

$$\bar{f}(\bar{x})=f(x_0+\bar{x})-f_0(x_0)=\frac{f_0(x)}{x_0}\cdot(-\bar{x})=-(h_n\cdot\ldots\cdot c_{n-k}\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1)\cdot\bar{x}\ .$$

**2**. ***Приращение функции*** $f_0(x)=h_n\cdot\ldots\cdot b_2\cdot a_1\cdot(1_x\cdot x)=\boldsymbol{a^n\cdot x}$ .

2.**1**. *Прибавление* аргумента - величина $\bar{x}=\boldsymbol{\Delta x}$.

$$\bar{f}(\bar{x})=f(x_0+\bar{x})-f_0(x_0)=(a^n\cdot x+a^n\cdot\bar{x})-a^n\cdot x=\frac{f_0(x)}{x}\cdot\bar{x}=a^n\cdot\bar{x}\ .$$

2.**2**. *Вычитание* аргумента – величина: $(-\bar{x})=(-\boldsymbol{\Delta x})$.

$$\bar{f}(-\bar{x})==f(x_0-\bar{x})-f_0(x_0)=a^n\cdot x+a^n\cdot(-\bar{x})-a^n\cdot x=\frac{f_0(x)}{x}\cdot(-\bar{x})=-(a^n\cdot\bar{x}).$$

Внимание!

***От величины прибавления или вычитания частного аргумента*** ($\bar{x}=\boldsymbol{\Delta x}$), будь она бесконечно малой или бесконечно большой величиной (дробной, целой, иррациональной, степенной) ***величина структурной постоянной функции*** (частная мощность сечения функции) ***по частному аргументу*** − ***абсолютно не зависит***.

**3**. ***Приращения*** (***вычитания***) ***в разрядах функции*** $f_0(x)=\boldsymbol{a^n}$.

3.**1**. *Частное прибавление* (*вычитание*) в одном произвольном ***k***-ом разряде (*частном аргументе*) на величину: $\pm\bar{x}_k=\pm\boldsymbol{\Delta a}=\pm\bar{a}$ .

$${}_{ч}\bar{f}_k(\bar{x}_k)=\frac{f_0(x)}{a}\cdot(\pm\bar{x}_k)=\frac{a^{n-1}\cdot a_k}{a_k}\cdot(\pm\bar{x}_k)=a^{n-1}\cdot(\pm\bar{x}_k)=a^{n-1}\cdot(\pm\bar{a}).$$

3.**2**. *Частные прибавления* в ***k*** произвольных разрядах (*частных аргументах*) на величину: $\bar{x}_k=\boldsymbol{\Delta a}$ (см. §47).

$$\bar{f}(\bar{x})=\frac{f_0(x)}{a^k}\cdot(a+\bar{x})^k-a^n=a^{n-k}(a+\bar{x})^k-a^n=a^{n-k}\cdot\{a^k+\sum_{1}^{2^k-1}{}_{ч}\bar{f}_i(\bar{x})\}-a^n=$$

$$=a^n+a^{n-k}\left(\sum_{1}^{C_k^1}{}_{ч}\bar{f}_1+\sum_{1}^{C_k^2}{}_{ч}\bar{f}_2+\ldots+C_k^k\cdot\bar{f}_k\right)-a^n=$$

$$=a^{n-k}\left(C_k^1a^{k-1}\cdot\bar{x}+C_k^2a^{k-2}\cdot\bar{x}^2+\ldots+C_k^{k-1}a\cdot\bar{x}^{(k-1)}+C_k^k\cdot\bar{x}^k\right)=$$

$$=C_k^1a^{n-1}\Delta a+C_k^2a^{n-2}\Delta a^2+\ldots+a^{n-k}\Delta a^k\ .$$

3.**3**. *Частные вычитания* в ***k*** разрядах на величину $(-\bar{x}_k)=-\boldsymbol{\Delta a}$.

$$\bar{f}(\bar{x})=\frac{f_0(x)}{a^k}\cdot(a-\bar{x})^k-a^n=a^{n-k}\cdot(a-\bar{x})^k-a^n=a^{n-k}\cdot\{a^k+\sum_{1}^{2^k-1}{}_{ч}\bar{f}_i(\bar{x})\}-a^n=$$

$$=a^{n-k}\cdot(-C_k^1a^{k-1}\Delta\bar{x}+\ldots+(-1)^iC_k^ia^{k-i}\Delta\bar{x}^i+\ldots(-1)^k\Delta\bar{x}^k)=$$

$$=-C_k^1a^{n-1}\Delta a+C_k^2a^{n-2}\Delta a^2+\ldots+(-1)^iC_k^ia^{n-i}\Delta a^i+\ldots+(-1)^ka^{n-k}\Delta a^k\ .$$

**4**. ***Приращение и изъятие разрядов функции*** $f(x)=\boldsymbol{a^n}$.

4.1. Новое значение функции за счёт прибавления (вычитания) структурного разряда ($\bar{x}=\Delta x=\pm1$) величиной ***a***:

$$f(n+\bar{x})=f(n\pm1)=f_0(n)\,(\times,:)\,a=a^n\cdot a^{\pm1}=a^{n\pm1}\ .$$

*Приращение* функции: $\bar{f}(\bar{x})=a^{n\pm1}-a^n=a^n(a^{\pm1}-1)$.

4.**2**. *Новое значение* функции за счёт *прибавления* (*вычитания*) ***k*** структурных разрядов ($\bar{x}=\boldsymbol{\Delta x}=\pm\boldsymbol{k}$) с основанием равным ***a***:

$$f(n+\bar{x})=f(n\pm k)=a^n\cdot a^{\pm k}=a^{n\pm k}\ .$$

*Приращение* функции: $\bar{f}(\bar{x})=a^{n\pm k}-a^n=a^n(a^{\pm k}-1)$.

## § 49. Анализ структуры и величины полных приращений степенной функции.

Пусть все разряды функции $f(x)=\boldsymbol{x^n}$ имеют прибавление $\bar{x}=\Delta x$. Конечная (новая) величина функции имеет вид:

$$f(x+\bar{x})=(x+\Delta x)^n=$$

$$=x^n+C_n^1x^{n-1}\Delta x+C_n^2x^{n-2}\Delta x^2\ldots+C_n^kx^{n-k}\Delta x^k+\ldots+\Delta x^n\ .$$

Структура и величина приращения функции:

$$\bar f(\bar x)=\bar f(\Delta x)=(x^n+C_n^1x^{n-1}\Delta x+\ldots+C_n^kx^{n-k}\Delta x^k+\ldots+\Delta x^n)-x^n=C_n^1x^{n-1}\Delta x+\ldots+C_n^kx^{n-k}\Delta x^k+\ldots+\Delta x^n.$$

Очевидно, что при любом значении Δx отличном от 0 (Δx≠0) величина любого полного приращения поколения отлична от нуля:

$$\bar f_1(\Delta x)=C_n^1x^{n-1}\Delta x\neq 0,\ \ldots,\ \bar f_k(\Delta x)=C_n^kx^{n-k}\Delta x^k\neq 0,\ \ldots,\ \bar f_1(\Delta x)=\Delta x^n\neq 0.$$

Для каждого биноминального поколения функции, по отдельности, составим отношение величины полного приращения поколения к приращению аргумента.

− для 1-ого поколения: $\dfrac{C_n^1x^{n-1}\Delta x}{\Delta x}=C_n^1x^{n-1}=n\cdot x^{n-1}\neq 0,$

− для 2-ого поколения: $\dfrac{C_n^2x^{n-2}\Delta x^2}{\Delta x}=C_n^2x^{n-2}\Delta x\neq 0,$

для $k$-ого поколения: $\dfrac{C_n^kx^{n-k}\Delta x^k}{\Delta x}=C_n^kx^{n-k}\Delta x^{k-1}\neq 0,$

для $n$-ого поколения: $\dfrac{C_n^n\Delta x^n}{\Delta x}=\Delta x^{n-1}\neq 0.$

***Относительная величина*** полного приращения любого поколения степенной функции есть ***величина не равная нулю***:

$$n\cdot x^{n-1}\neq 0,\ C_n^2x^{n-2}\Delta x\neq 0,\ \ldots\ C_n^kx^{n-k}\Delta x^{k-1}\neq 0,\ \ldots\ \Delta x^{n-1}\neq 0.$$

Величина отношения (относительная величина) приращения степенной функции к приращению аргумента имеет вид:

$$\bar f(\Delta x)/\Delta x=C_n^1x^{n-1}+\ldots C_n^2x^{n-2}\Delta x+\ldots+C_n^kx^{n-k}\Delta x^{k-1}+\ldots+\Delta x^{n-1}.$$

***Отметим***, что только ***относительная величина*** *полного приращения* ***первого поколения*** равная $C_n^1x^{n-1}$ не имеет множителя Δ*x*, который при делении на себя (Δ*x*) обращается в множитель 1 (единичную меру структурных единиц) при биноминальном коэффициенте. Причём, при любом актуально-конечном значении Δ*x*≠0 отношение Δ*x*/Δ*x*=1. Если же Δ*x*=0, то отношение Δ*x*/Δ*x*=0/0 *ни какого количественного аспекта* (*смысла*) *не имеет* !

Относительная величина $C_n^1x^{n-1}$ есть *величина структурной постоянной первого поколения при приращении аргумента степенной функции*, которая в структурно-алгебраическом методе называется ***полная мощность сечения первого поколения*** :

$$\dot f_1(x)=\bar f_1(\Delta x)/\Delta x=\left(\sum\nolimits_1^{C_n^1}{}_{ч}\,\bar f_1\right)/\Delta x=C_n^1x^{n-1}=n\cdot x^{n-1}.$$

Именно эта относительная величина *в дифференциальном исчислении* имеет название ***производная степенной функции***: $(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$, а полное приращение первого поколения $\bar f_1(\Delta x)$ название дифференциал:

$$dy=y'\Delta x=C_n^1x^{n-1}\Delta x=\bar f_1(\Delta x).$$

## § 50. Показательная и логарифмическая функция.

### 50.1 *Структура приращения показательной функции.*

Произведём анализ структуры приращения функции $f(x)=a^x$.

$$f_0(x)=a_n\cdot a_{n-1}\cdot\ldots\cdot a_3\cdot a_2\cdot a_1=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a\cdot a\cdot a}_{n=x}=a^x.$$

Для данной функции прибавление величины $\bar x=\Delta x$ к показателю степени её структурной иерархии *означает прибавление разрядов* функции числом Δ*x* с основанием ***a***:

$$f(x+\bar x)=a^{x+\Delta x}=(\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a\cdot a\cdot a}_{x})\cdot(\underbrace{a\cdot\ldots\cdot a\cdot a}_{\Delta x})=a^x\cdot a^{\Delta x}.$$

*Новая величина функции* при значении аргумента ±Δ*x*:

$$f(x\pm\bar x)=a^{x\pm\Delta x}=a^x\cdot a^{\pm\Delta x}=f_0(x)\cdot f(\pm\ \Delta x).$$

*Коэффициент изменения величины показательной функции* $f(\pm\ \Delta x)$ в зависимости от произвольной величины прибавления (вычитания) аргумента показателя ($\pm\bar x=\pm\Delta x$) равен:

$$f(\pm\ \Delta x)=f(\pm\bar x)=a^{\pm\Delta x}.$$

*Величина приращения* показательной функции имеет вид:

$$\Delta f(x)=a^{x\pm\Delta x}-a^x=a^x\cdot(a^{\pm\Delta x}-1)=f(x\pm\bar x)\left(1-\frac{1}{f(\pm\bar x)}\right).$$

### 50.2 *Структура приращения логарифмической функции.*

Если $\boldsymbol{a}$ − постоянная нумерационная величина (основание) всех разрядов универсальной совокупности, а $n$ и $\Delta n$ – число разрядов величины $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{\Delta x}$ по основанию $\boldsymbol{a}$ без остатка, то произвольному *переменному* числу её элементарных единиц, равному $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\Delta x}$, соответствует переменное число разрядов универсальной совокупности $\boldsymbol{n}+\Delta \boldsymbol{n}$ (степень её иерархии):

$$f(x+\overline{x}) = \log_a(x+\Delta x) = (\overbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a \cdot a}_{n=f(x)+}}^{x=a^n}) \cdot (\overbrace{\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{\Delta n = f(\Delta x)}}^{\Delta x = a^{\Delta n}}) = f(x) + f(\Delta x) \,.$$

Здесь количество (число) элементарных единиц $\boldsymbol{x}$ универсальной совокупности с основанием $\boldsymbol{a}$, представлено в показательной форме

$$x = a^{\log_a x} = a^{f(x)} \,.$$

*Мощность сечения логарифмической функции* есть её значение при $\boldsymbol{x}$:

$$f(x) = \log_a x = n \,.$$

*Приращение логарифмической функции*: $\quad \boldsymbol{\Delta} f(x) = f(\Delta x) = \log_a \Delta x = \Delta n \,.$

*В методе производных предел* $\lim\limits_{\Delta x \to 0}(\log_a \Delta x)/\Delta x = \lim\limits_{\Delta x \to 0}(\Delta n / \Delta x)$. Здесь относительная величина приращения функции смысла не имеет.

**Л Е К Ц И Я 21**

# Г Л А В А III

# ИДЕАЛИСТИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА

## ТЕМА 6. Анализ и критика аксиом дифференциального и интегрального исчисления.

### § 51. Идеализм в математике.

Любая теоретическая модель имеет сложную структуру связей и отношений составляющих её аналитических и абстрактных логических элементов. Эти логические элементы и мировоззренческие аспекты, перед введением в общую теоретическую ткань модели, должны проходить проверку на соответствие принципам единой для всего естествознания объективной методологи исследований. В полной мере это требование так же относится и к математическому операционному аппарату, который так же обязан отвечать *принципу* адекватного отображения символическими средствами единства качественных и количественных связей и отношений *реальности*. Всё ***то, что не отвечает*** требованиям объективно-материалистической методологии исследований, есть элементы идеализма в математике. Они подлежит анализу, критике и переработке на основе объективной методологии.

При этом значения теоретических вычислений, получаемые на основе методов логического идеализма, могут быть близкими или совпадать с объективно-эмпирическими значениями. Этот факт не является неожиданным. Ведь, если даже *объективно-практические* способы вычислений прошли долгий путь своего освоения образным и абстрактным мышлением с постепенным воплощением эмпирических образов в соответствующие символические формы, то абстрактно-идеалистические способы вычислений, в силу изначальной ложности базовых аксиом тем более требовали долгой работы и сложного кропотливого труда многих поколений математиков. Того слепого труда в потёмках ложности базовой аксиомы, когда среди бесполезного хлама математических наработок игра случая вдруг выбросила золотую крупицу истины (ряды Ньютона, Тейлора и Маклорена). Благодаря титанической работе по сопряжению операционного аппарата идеалистических количественных абстракций с объективными количественными результатами, немыслимому объёму проверочных вычислений и огромному числу совершённых на этом пути проб и ошибок, операционный аппарат на основе абстракций и аксиом логического идеализма в конечном итоге был приведен к последовательности цепи расчетов, которая обеспечивает приближение к объективно правильным результатам вычислений. Однако в огромном большинстве случаев методы дифференциального и интегрального исчисления дают неприемлемые результаты по отношению к истинной величине вычисляемой математической структуры. Этот вывод подтверждается примерами, приведёнными в этой работе.

Надо чётко осознавать, что уже в эпоху зарождения математики, все возможные 4-е счётно-вычислительные действия-приёмы с *квантовыми* (*актуально-конечными*) *количествами* были открыты. Никаких других *действий вычисления* в отношении элементарных и структурных единиц совокупности *кроме операций*: «*сложение*», «*вычитание*», «*умножение*» и «*деление*», которые целиком и полностью отвечают требованиям объективной методологии и критериям аналитической логики, – ***нет***! Причина – отсутствие других объективных образов и способов структурирования совокупности предметов реальности и вычисления её величины. А только реальные аспекты количественных связей и отношений, только естественные состояния и процессы природы исследуются *аналитическим мышлением*. Всё что за рамками реальных количественных и качественных аспектов есть сфера абстрактного мышления и логики (ассоциативного воображения).

Поэтому открытие новых дотоле неизвестных математических действий (операций) в принципе невозможно. Однако логика обобщающих абстрактно-ассоциативных представлений в случае её не подконтрольности аналитической форме мышления (объективному поэлементному анализу), способна самостоятельно «*изобретать*» «новые» операции абстрактно-умозрительной ценности. Изобретать вымышленные математические действия, не соответствующие реальности и потому не имеющие под своим основанием реального счётного и вычислительного образа. Вышеизложенные доводы анализа дают чёткое понимание того неопровержимого обстоятельства, что ***новоизобретённые*** *абстрактно-логические операции* метода «производных» противоречат многовековой практики достаточности существовавших способов и приёмов вычислений, сформированных на базе аналитического мышления и его логики. Что новоизобретённый набор абстрактно-идеалистических манипуляций втиснут в математику в силу пренебрежения объективной методологией исследований, как заградительной меры и охранительного фильтра от умозрительных фантазий ума.

**§ 52 Анализ и критика вывода аксиомы «производная». Часть 1.**

Величина – условная количественная мера материальных качеств и свойств. Те или иные качества или свойства материальных объектов в тех или иных условиях, или присутствуют или отсутствуют. Следовательно, и величина, как выражение количества материальных качеств и свойства либо есть, либо её нет вовсе. Ноль – символ актуального или воображаемого отсутствия эмпирических или счётных математических объектов. Поэтому в математике законны и подлежат исчислению только актуальные и воображаемые конечные количества. Отсутствующими количествами математика не оперирует в силу отсутствия предмета исследований и его количественных аспектов. Вся система количественных представлений и её операционно-аналитического аппарата должна строиться на базе именно этих 2-х взаимно противоположных количественных аспектах мира.

С целью показать моменты идеализма при обосновании аксиомы «производная» необходимо подробно, по пунктам сравнить определение производной функции (п. 52.**1**) с системой классических арифметических действий (п. 52.**2**), выполняемых в подобных задачах.

52.**1** ***Определение производной в дифференциальном исчислении***.

1. Пусть функция $y_0= f(x)$ имеет приращение аргумента равное $\Delta x$. Новая величина функции:

$$y(x+\Delta x)= f(x+\Delta x).$$

2. Тогда функция $y_0= f(x)$ получит приращение $\Delta y$, равное

$$\Delta y= f(x+\Delta x) - f(x).$$

3. Предел, к которому стремиться отношение $\Delta y/\Delta x$ при $\Delta x\to 0$:

$$y' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}, \qquad (1)$$

сам является функцией от аргумента $x$. Эта функция называется ***производной*** от функции $f(x)$ и обозначается $f'(x)$ или $y'$.

***Замечание***. *В процессе разыскания предела* (1) *величина* ***x*** *рассматривается как постоянная*.

Итак: ***производной функции*** называется предел, к которому стремится отношение бесконечно малого приращения функции к бесконечно малому приращению её аргумента.

52.**2** ***Определение абсолютного и относительного приращения алгебраическим способом***.

1. Если функция $y= f(x)$ имеет приращение аргумента равное $\Delta x$, то новое значение функции имеет вид:

$$y(x+\Delta x)= f(x+\Delta x).$$

2. Полное приращение величины функции $\Delta y$:

$$\Delta y= f(x+\Delta x) - f(x).$$

3. Относительное приращение функции $\Delta y$ относительно приращения аргумента $\Delta x$:

$$\Delta y/\Delta x=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}.$$

**§ 53. Сравнение методов на примере степенной функции.**

Сравнение методов *дифференциальной алгебры* и *дифференциального исчисления* будем производить отдельно по каждому пункту.

**1**. Если актуально-конечная величина приращения аргумента ($\Delta x\neq 0$), то новое значение величины функции:

$$(x+\Delta x)^n= x^n + C_n^1 x^{n-1}\Delta x + C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n.$$

Это значение есть истинная актуально-конечная величина нового значения функции, определяемая в полном соответствии с *постоянством формальных законов* арифметики и алгебры. Новое значение степенной функции, как по определению производной, так и по методу структурно-алгебраического анализа вычисляется одним и тем же классическим алгебро-арифметическим способом. В этом пункте сравнения различий *нет*! Идеалистические абстракции отсутствуют.

**2**. Способ определения полного приращения степенной функции $\Delta y$ так же одинаков:

$$\Delta y = (x^n + C_n^1 x^{n-1}\Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n) - x^n = = C_n^1 x^{n-1}\Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n .$$

При любом значении $\Delta x$ отличном от 0 ($\Delta x \neq 0$) все полные приращения поколений и их величины отличны от нуля:

$$C_n^1 x^{n-1}\Delta x \neq 0,\ C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 \neq 0,\ \ldots,\ C_n^k x^{n-k}\Delta x^k \neq 0,\ \ldots\ \Delta x^n \neq 0.$$

По этому пункту сравнения - различий так же нет!

**3**. Отыскание отношения приращения функции $\Delta y$ к приращениям её разрядов равным $\Delta x$ *структурно-алгебраическим методом* и *методом производных* один и тот же - классическое действие деления актуально-конечного значения функции на актуально-конечные приращения аргументов (разрядов)

$$(\Delta y/\Delta x)_{\text{метод произв.}} = (\Delta y/\Delta x)_{\text{структ-алгебр. метод.}} = C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2}\Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1} .$$

Постоянно-формальные законы вычисления отношения $\Delta y/\Delta x$ - *исчерпаны*. Величина $(\Delta y/\Delta x)_{\text{стр-алг. метод}}$ есть *величина истинная* и не может быть получена другими методами, базовые принципы которых отличны от классических математических оснований.

*Метод производных имеет продолжение.*

**3*а***. Относительное приращение функции ***согласно определению производной***:

$$y' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}(C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2}\Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1}) = C_n^1 x^{n-1} = n\cdot x^{n-1}.$$

Для заключения о правомерности применения предела при нахождении отношения $\mathbf{\Delta y/\Delta x}$ и правомерности результата $y' = n\cdot x^{n-1}$ необходим объективно-методологический анализ инструментально-образных абстракции высшей математики, которые лежат в основе метода «производных». Именно на основе абстрактно-логических инструментов ассоциативного мышления в математике произведено обоснование ложных способов счёта и вычислений. Анализу подлежат следующие идейные основания высшей математики:

1. ***Бесконечно малые и большие величины*** на предмет их чувственной, образной и абстрактной инструментальной сущности.
2. Логико-аналитическая и абстрактно-ассоциативная сущность понятия «***предел функции***» и его вычисления**.**

### § 54. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.

К настоящему историческому моменту *высшая математика отрицает бесконечно малое и бесконечно большое как актуально-законченное*, она понимает бесконечно малое как *то*, что может быть меньше любой постоянной величины, а бесконечно большое как то, что может быть больше любой постоянной величины. Такие представленческие ассоциации отвечают требованиям и возможностям чисто мысленного построения очень малых и очень больших величин и имеют чисто теоретическое назначение. Эти абстрактно-мысленные построения не соответствуют данным чувственного отражения картины эмпирической реальности. Достоверным фактом объективного бытия форм материи и процессов их взаимоперехода друг в друга является их бытие в актуально-конечных её формах.

Данные естествознания свидетельствуют, что в основе качеств и свойств любой формы вещества (квантово-организованной формы материи) лежат качества элементарной структурной частицы этой формы вещества. Эти частицы есть минимально возможные формы физико-химической организации тех или иных качеств и свойств вещественных форм. Следовательно, эти элементарные носители качеств (свойств) материальных форм есть *естественные минимально малые условные единицы счёта* и исчисления тех или иных качеств конечно-актуальных количественных аспектов действительности. Например, минимальной, элементарной количественной порцией воды как формы вещества является её молекула ($H_2O$). Части молекулы воды (водород и кислород) не могут являться её элементарной единицей, поскольку ни водород, ни кислород по отдельности не имеют качеств и свойств воды. Минимальной, количественной единицей счёта и исчисления форм вещества, которые представляют собой физико-химические механические смеси, уровни биологических структур или конгломераты разнородных форм материи, как совокупности неоднородных элементарных структурных единиц, является минимальная совокупность этих неоднородных элементарных структурных частиц и частей, на основе которых формируется качества и свойства этих форм вещества.

Таким образом, представление, сложившееся в высшей математике о бесконечно малой величине квантовых структур материи, как величине бесконечно делимой и не имеющей предела своей малости опровергаются данными естествознания. Так же имеют реальный предел и конечны бесконечно большие величины количественных аспектов материи с квантовой организацией. Вселенная актуально конечна и счётна в каждом её структурном уровне организации, по каждой реально существующей форме вещества. В каком бы абстрактно-инструментальном образе не была представляема *величина приращения аргумента*

$\Delta x$: в образе бесконечно малой или бесконечно большой величины она *есть актуально-**конечная*** величина в рамках ***минимальной и максимальной конечности*** элементарных идеализированных структурных единиц исчисления в рамках постоянной (неизменной) структуры функции и исчисляемых величин объектов природы. Величина приращения $\Delta x$ равна ровно тому постоянному и конечному значению, которое назначено приращению волей человека для вычисления нового значения функции. Никакого самопроизвольного, чудодейственного бытия подставляемого значения, не только бесконечно малой или большой величины, но и любого другого количественного значения помимо воли человека не происходит.

Аналитическая логика (объективные способы и методы мышления) учит, что ***мысль о предмете*** мышления ***не является предметом мысли*** и что образы и абстракции мышления не являются реально существующими предметами и формами его бытия. Тем не менее, будучи полезным, с чисто теоретической точки зрения, абстрактно-инструментальный образ бесконечно малой и бесконечно большой величины был не обоснованно отождествлён в высшей математике с «*практической бесконечностью*». Такое вымышленное, умозрительное представление допускает фактическую осуществимость построения математических объектов и вычислений на его основе для реальных объектов счёта. Безусловно, что мысль о самостоятельном и самопроизвольном бытие и изменении назначенного значения приращения аргумента – мысль абсурдная. Следовательно, высшая математика, отрицая бесконечно малое и бесконечно большое как величины актуально-конечные, фиксированные, как величины назначаемые волей человека совершает недопустимые в рамках объективной методологии логико-аналитические ошибки.

### § 55. Анализ и критика применения предела при обосновании аксиомы «производная».

Исследуем с позиций объективно-аналитической методологии классическое определение производной функции.

***Определение***: *производной функции* называется предел, к которому стремится отношение бесконечно малого приращения функции к соответствующему бесконечно малому приращению аргумента ($\Delta x \to 0$). Это определение в символической форме записи имеет вид:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}.$$

Есть определения, где слова «*к которому стремится отношение бесконечно малого приращения функции*» опущено. В этом случае определение имеет формулировку: «*Производная – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю*». Для анализа и критики будут использованы оба вида формулировок определения производной.

Введение в высшую математику практической бесконечности создало бы огромные трудности, поскольку нельзя считать безгранично продолженным даже натуральный ряд чисел. Необходимо было логическое обоснование начал (аксиом) высшей математики. Такая основа была найдена в теории пределов. Подвергнем критике символику обозначений, идиоматические и смысловые ошибки, которые имеют место в определении понятия «предел величины» и способе его вычисления.

Идиоматическое выражение «*... при стремлении приращения аргумента к нулю*» и ему подобное: «*…предел, к которому стремится отношение...*», математическое содержание которых передаётся глаголом действия «стремится», придаёт оттенок самопроизвольного реального бытия не только пределу отношения величин ($\Delta y/\Delta x$), но и наделяет предел и приращение аргумента «чудодейственной силой» самопроизвольного изменения своих величин. Однако никогда и никакие абстрактно-мысленные образы математических объектов, формул, отношений, приращений, не к чему, не куда и не к каким-либо своим значениям помимо воображения мыслящего субъекта самостоятельно и помимо его избирательной воли, ***не*** «стремятся». Поэтому это идиоматическое выражение в формулировке определения производной не случайно. Оно призвано выполнить логико-ассоциативный заказ, навязанный субъективно-идеалистическим инструментальным мышлением, *с целью присвоить **объективно-реальный статус существования***, оторванной от законных аналитически обоснованных действий, умозрительной абстракции «*предел бесконечно малой величины*». Которая якобы никогда не исчезает и не обращается в 0, вне зависимости какое значение назначает ей человек. Опуская вопрос об осознанном или не осознанном формировании этого инструментально-мысленного софизма высшей математики, отметим, что фразеологизм «*стремление аргумента и предела отношения*» выполняет в математике пагубную роль - он отрывает математическое мышление от реальности. Подменяет реально-статусное содержание аналитических логических операций словесной канителью абстрактной логики. Внедряет в математику вымышленные символические формы и переводит математику на рельсы идеализма.

Любая символическая форма математики без реально-объективного своего содержания никакого значения в естествознании не имеет. Символическая форма вычисления «предела» есть формализованная попытка зафиксировать внедрение идеи бесконечно малых величин в качестве объективного физически-статусного основания в методе дифференциальных исчислений, коим предел не является.

### § 56. Анализ и критика вывода аксиомы «производная». Часть 2. Аспект первый.

Продолжим анализ связи идеологических установок метода производных со способом вычисления дифференциальных приращений функции. Параграф §53 был прерван на пункте **3а**, в котором вычисление предела относительного приращения степенной функции в соответствии с определением производной даёт следующее её значение:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} \Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k} \Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1}) = C_n^1 x^{n-1} = n \cdot x^{n-1}.$$

Рассмотрим по пунктам многогранные аспекты аналитической правомерности и моменты отступления от принципа постоянства формальных законов и математической строгости их соблюдения при таком результате вычисления предела. При любом значении $\Delta x$ отличном от 0 ($\Delta x \neq 0$) все члены конечного биноминального ряда поколений функции

$$C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} \Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k} \Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1}$$

отличны от 0:

$$C_n^1 x^{n-1} \neq 0,\ C_n^2 x^{n-2} \Delta x \neq 0,\ \ldots.,\ C_n^k x^{n-k} \Delta x^{k-1} \neq 0,\ \ldots,\ \Delta x^{n-1} \neq 0.$$

Тем не менее, приращение аргумента, которое в соответствии с идеей неисчезаемости и не обращаемости в нуль бесконечно малой величины, *приравнивают нулю*. Отсутствующую величину $\Delta x$=0 для вычисления значения формулы предела назначает человек, а не святой дух. Это зияющее противоречие между заявленной идеей и практическим вычислением комментировать излишне.

Как следствие в результате такой подстановки, все поколения относительных величин частных и полных приращений, представляющие собой члены биноминального ряда, обращаются в ноль

$$C_n^2 x^{n-2} \Delta x = 0,\ \ldots.,\ C_n^k x^{n-k} \Delta x^{k-1} = 0,\ \ldots,\ \Delta x^{n-1} = 0$$

и тем самым реально существующие величины частных и полных относительных приращений ликвидируются насильственно по воле человека и изымаются из совокупной относительной величины приращения степенной функции.

Это очень парадоксальный момент логики метода «производных» высшей математики. Если бы идея неисчезаемости бесконечно малых величин при вычислении предела была воплощена в соответствии с идейными установками метода, то все члены ряда под знаком предела, имеющие множитель $\Delta x$, и их значения были бы сохранены:

$$C_n^1 x^{n-1} \neq 0,\ C_n^2 x^{n-2} \Delta x \neq 0,\ \ldots.,\ C_n^k x^{n-k} \Delta x^k \neq 0,\ \ldots\ \Delta x^{n-1} \neq 0.$$

И тогда воплощение идеи бесконечно малых дало бы значение производной равное

$$y' = \lim_{\Delta x \to \Delta x} \frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to \Delta x} (C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} \Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k} \Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1}) =$$

$$= C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} \Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k} \Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1} \neq C_n^1 x^{n-1} = n \cdot x^{n-1}.$$

Здесь, в этом моменте, возникает ещё одна коллизия. Оказывается для воплощения идеи неисчезаемости бесконечно малых величин (в этом воплощении они не исчезают) использование предела, и соответствующие ему символические формы с устремлённым к нулю приращением аргумента ($\Delta x \to 0$), отпадает как вычисление ложное (так как всегда $\Delta x = \Delta x$), а следовательно, ложно вымышленное.

### § 57. Анализ и критика вывода аксиомы «производная». Часть 2. Аспект второй.

Рассмотрим распространённые случаи начальных и конечных значений аргумента степенной функции и проанализируем их на соответствие определению производной.

**1.** Основанием для принятия за производную степенной функции величины

$$y' = C_n^1 x^{n-1} = n \cdot x^{n-1}$$

может служить признание за приращением аргумента такой пренебрежительно малой величины, когда значениями остальных членов ряда при определённой степени точности вычисления можно пренебречь. Тогда приравнивание нулю членов биноминального ряда, кроме первого, волевым решением человека оправдано (казалось бы).

Но здесь возникает уже другая коллизия. На каком основании можно оставлять первый член ряда, не сравнив, чья величина больше, первого члена или других членов ряда. Так как у первого члена нет множителя $\Delta x$, то невозможно лишь прямое сравнение величины первого члена с величиной других членов на основе структурных формул их величин. Однако возможен случай, когда начальное значение аргумента равное $\boldsymbol{x}$ меньше приращения: $x < \Delta x$. Метод «производных», как универсальный математический метод, должен охватывать все случаи начальных и конечных произвольных значений аргумента и все случаи соотношений начального значения аргумента и его приращения.

Так если, например, $x \leq (n-1) \cdot \Delta x / 2$, т. е. если $2x/(n-1) \leq \Delta x$ , то:

$$C_n^1 x^{n-1} = n \cdot x^{n-1} \leq C_n^2 x^{n-2} \Delta x\ .$$

В этом случае «производная» меньше или равна величине второго члена относительного приращения функции и заведомо меньше величины относительных приращений всех остальных членов биноминального ряда. А это ошибка абстрактной логики.

**2.** Рассмотрим случай, когда приращение аргумента заведомо больше его начального значения $\Delta x >> x$. Ведь не должно существовать запрета на случай, когда при подразумевании под $\Delta x$ бесконечно малой величины начальное значение $x_0$ значительно меньше значения приращения. Здесь нет, и не может быть противоречий чисто математического плана. В этом случае величина каждого члена биноминального ряда поколений больше величины первого члена (производной):

$$n\cdot x^{n-1} < C_n^2 x^{n-2}\Delta x, <\ldots< C_n^k x^{n-k}\Delta x^k, <\ldots< \Delta x^n.$$

Как можно насильственно устранять большие величины? Очевидно, что отбрасывать члены ряда, величины которых больше чем величина первого члена – математическая авантюра.

**3.** Пусть б.м.в. приращения равна начальному значению $\Delta x = x$.

Тогда: $\Delta y = (x+\Delta x)^n - x^n = (\Delta x^n + C_n^1\Delta x^n + \ldots + C_n^k\Delta x^n + \ldots + \Delta x^n) - \Delta x^n = 2^n\Delta x^n - \Delta x^n = (2^n - 1)\Delta x^n$,

следовательно: $\Delta y/\Delta x = (2^n - 1)\Delta x^{n-1} \neq \mathbf{0}$.

Однако согласно определению *производной* степенной функции, её значение в этом случае равно нулю:

$$y' = (x^n)' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = (2^n - 1)\Delta x^{n-1} = 0 \text{ (поскольку б. м. в. } \Delta x \to= 0).$$

Здесь, несмотря на то, что б.м.в. $\Delta x = x \neq 0$, относительные приращения всех поколений обнуляют по воле человека. Абсолютный авантюризм абстрактной логики. Аналитической логики здесь нет ни йоты.

**4.** Пусть степенная функция имеет следующий вид ($x=1$):

$$y = (1+1/\Delta x)^n = 1 + C_n^1/\Delta x + C_n^2/\Delta x^2 + \ldots + C_n^k/\Delta x^k + \ldots + 1/\Delta x^n.$$

Тогда: $$y' = \{(1+1/\Delta x)^n\}' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}(C_n^1/\Delta x^2 + C_n^2/\Delta x^3 + \ldots + C_n^k/\Delta x^{k+1} + \ldots + 1/\Delta x^{n+1}) = \infty.$$

Что в этом случае принимать за производную, когда каждый член совокупности заведомо больше первого её члена? Причём, чем меньше значение принимает $\Delta x$, тем больше величина каждого частного приращения функции. В этом случае ни один из членов биноминального рада поколений приращения функции, в том числе и величина приращения первого поколения $C_n^1/\Delta x^2$ не лишается переменного множителя $\Delta x$. Согласно определению производной необходимо обнулить бесконечно большие величины. Абстрактная эквилибристика метода производных ничего общего не имеет ни с практикой вычислений, ни с постоянством законов арифметических действий.

## Л Е К Ц И Я 22

### § 58 Анализ и критика вывода аксиомы «производная». Часть 2. Аспект третий и четвёртый.

***Третий аспект***. Вернёмся к анализу первого аспекта. Обопрёмся на тот процедурный момент идеологии метода производных, когда в практике её исполнения все члены биноминального ряда приращений функции, содержащие в своей структурной формуле приращение аргумента $\Delta x$, приравнивают нулю. Причём, вне зависимости от спорности или неоспоримости, справедливости или неправомерности идеологии и практики метода просто в точности повторим этот приём не в третьем пункте, а *в пункте* **2** §52.**2**. Идеология бесконечно малой величины и приёмы метода «производных» одинаково обязательны как для пункта 3, так и для пункта 2. Сравним практику применения вычислительных процедур метода применительно к пункту 2.

В пункте **2** §52.**2** было определено (вычислено) значение приращения степенной функции:

$$\Delta y = C_n^1 x^{n-1}\Delta x + C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n.$$

Если следовать духу и букве абстрактной логики в идеологии метода бесконечно малых величин, то все эти члены дифференциальных приращений функции согласно определению производной также подлежат безусловному обращению в нуль (поскольку $\Delta x \to= 0$):

$$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta y = \lim_{\Delta x\to 0}(C_n^1 x^{n-1}\Delta x + C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n) = 0.$$

Этот вывод следует из *принципа равноправия применимости предела* как для отыскания *абсолютного приращения* функции, так и для отыскания её *относительного приращения* («*производной*») в которых присутствует одна и та же б. м. в. $\Delta x$:

$$y' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}(C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2}\Delta x + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^{k-1} + \ldots + \Delta x^{n-1}) = n\cdot x^{n-1}.$$

Единообразие применения идеологии и практики вычисления предела метода не только правомерно, но и обязательно. Применение предела в пункте 2 показывает бессмысленность лоббирования его применения в пункте **3** §52.**2**. Концепция аксиомы «производная» рушится!

Однако, когда практика вычислений по методу производных показала приемлемость ***приблизительных*** результатов для некоторых интервалов б.м. значений $\Delta x$, остро встал вопрос об обосновании принципов и приёмов метода. И вот тут математика совершает драматический кульбит. Ищется и находится лазейка, смысл которой, как ни парадоксально, в отступление от норм аналитической логики и их строгого соблюдения. Поиск математического способа внедрения идеи бесконечно малых величин привёл к парадоксальному и алогичному по своей природе «открытию». Было подмечено, что если не искать в первую очередь предел приращения функции ($\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y$), а сначала это приращение функции разделить на приращение аргумента ($\Delta y/\Delta x$), то при таком приёме первый член ($C_n^1 x^{n-1}=n\cdot x^{n-1}$) предела отношения ($\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y/\Delta x$) сохраняется, поскольку в этом случае у него отсутствует сомножитель $\Delta x$. Великолепное манипулирование символическими формами в ущерб физическому статусу и смыслу вычисления. В данном случае нарушен процедурный принцип последовательного, поэтапного аналитического анализа физического статуса каждого абстрактного математического действия метода и сравнения физического статуса абстракций этапов между собой на предмет их взаимного не противоречия. Однако волевое, намеренное нарушение последовательности порядка выполнения математических действий имело своим парадоксальным следствием возникновение подобия работоспособности метода производных *в качестве вспомогательного метода вычисления приблизительных значений функции в рамках узко эксклюзивных б. м. значений приращения её разрядов*. Отыскание значений приращения функции в рамках всего интервала актуально-конечных значений $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{\Delta x}$ осталось за арифметическими действиями.

***Четвёртый аспект***. В дифференциальном исчислении вводится понятие дифференциала функции. Для степенной функции дифференциал имеет следующую структуру:

$$dy=y'\Delta x=C_n^1 x^{n-1}\Delta x = n\cdot x^{n-1}\cdot\Delta x.$$

Дифференциал возвращает к п.**2** §52.**2** метода, до деления приращения первого поколения на $\Delta x$. Согласно логике метода «производных» все члены биноминального ряда относительных приращений степенной функции, начиная со второго, обнуляются в силу бесконечной малости $\Delta x$ как множителя этих членов ряда. Тогда и дифференциал тоже подлежит обнулению, как содержащий множитель $\Delta x$. Однако к дифференциалу этот принцип метода не применяется. Ещё один пример софизма (противоречий) методологии идеализма в математике.

### § 59. Анализ и критика других аспектов обоснования аксиомы «производная».

**1.** Не надо объяснять, что величина относительного приращения 1-го поколения степенной функции $n\cdot x^{n-1}$ не может быть равна всей величине её полного относительного биноминального приращения:

$$n\cdot x^{n-1} \neq n\cdot x^{n-1}+C_n^2 x^{n-2}\Delta x+\ldots+C_n^k x^{n-k}\Delta x^{k-1}+\ldots+\Delta x^{n-1}.$$

Как можно исследовать объективные количественные отношения на основе метода, который прибегает к насильственному устранению части реальной величины, на основе тех абстрактно-ассоциативных инструментов, которые не имеют физического статуса и математического смысла? В силу отсутствия предметности у этих абстракций они не подлежат математической инструментализации.

**2.** Непонятен физический статус производной для произвольной функции, который скрадывается потоком умозрительных инструментальных манипуляций. В большинстве случаев физический статус отношения приращения функции к приращению аргумента не имеет смысла. Как правило, функция, как отображение совокупной зависимости от изменяющихся параметров физических процессов, и аргумент, как один из переменных параметров процесса, обладают несоразмерными друг с другом физическими качествами и свойствами (параметрами) форм и процессов материи. *Только линейные функции отображают одинаковый со своим аргументом материальный параметр*. Линейные функции выражают относительную, масштабную зависимость. Это фундаментальное положение объективной методологии естествознания. Его анализ дан в 3-м томе «Курса лекций».

**3.** Математическая величина (счётное количество) есть *относительная физическая величина* − отношение величины видового качества объекта к единичной мере этого видового качества:

$$m_{\text{сч}}=M^{\,p}_{вид}/1^{p}_{вид}\,.$$

Математическое значение отношения качественно однородных количественных аспектов двух объектов, один из которых выступает в роли единицы счёта или измерения и есть *условная физическая величина* второго объекта.

Таким образом, ***математическая*** (счётная) ***величина***, выражает относительность физической величины и обусловлена выбором объектов сравнения и единицы видового качества (свойства).

«***Ноль***» - *числовой и вербальный символ* отсутствия тех или иных качеств (свойств), а, следовательно, и их количественных аспектов. Но и величина так же выражается *числом*. *Ноль* и *величина* − абстрактно-символические *элементы* единой количественной *системы обозначения* ***отсутствующего*** *или* ***присутствующего*** *счётного количества*. *Количественный статус* ***ноля и величины*** в этой системе − *взаимно противоположен* друг другу. Одно исключает другое. Третье, промежуточное − исключено.

Из содержания абстракции математическая величина следует, что любая «бесконечно большая величина» путём изменения единицы измерения может предстать в вычислении как «бесконечно малая величина». Величина может быть бесконечно малой или бесконечно большой, отражая меру своей относительности, но ни при каких логико-аналитических условиях *величина не может отражаться своей* *противоположностью - абстракцией отсутствия величины (нулём*). В этом заключается действие принципа адекватной передачи количественных отношений в природе, без всяких исключений! Не различение или подмена одного понятия другим есть грубая логическая ошибка. Именно эта логическая ошибка допущена в основаниях дифференциального исчисления, когда на основе определения «производная», на которой зиждется всё здание метода, бесконечно малые величины $\Delta x$ отображены абстракцией противоположного толка − отсутствующей величиной (приравнены нулю). Одного этого факта достаточно для доказательства несостоятельности аксиомы «производная».

В данном конкретном случае математические действия по выводу величины производной подпадают под обострённую форму основного закона мышления − закона запрещения противоречия, которым является закон исключённого третьего. Этот закон запрещает не только то, что в отношении одного и того же не может быть одновременно истинно «***а***» и «**не-*а***», но и то, что, более того, *истинность* «***а***» *означает ложность* «**не-*а***», *и наоборот*. Законы мышления (со времён Аристотеля) математикам известны. Но *вопреки закону исключённого третьего производят обнуление бесконечно малых величин*, которые тем самым насильственно устраняются. Удивителен не только факт совершения ошибки − подмена величины её противоположностью, но и отсутствие вразумительных попыток её исправления. Вместо осмысления и содержательного анализа сути математических приёмов и форм в обосновании производной, многократно производился поиск формальных оправданий идеологии и приёмам метода дифференциального исчисления.

### § 60. Идеализм дифференциального и интегрального исчисления.

Единые объективно-материалистические принципы исследований не были соблюдены при формировании аппарата «*дифференциального и интегрального исчисления*», созданного на основе аксиом абстрактной логики. Метод аксиоматизации, применённый при разработке этого исчисления, содержит грубейшие отступления от норм и принципов ведения научных разработок.

***Аксиомы должны быть доказаны* !**

*Аксиома* «***производная***» и *аксиома* «***первообразная***» были и есть продукты математического идеализма, сформированные на почве доминирования абстрактного мышления над аналитическим. Утрата понимания сути объективной связи и отношений между разрядами совокупности (функции) привела абстрактную логику к непониманию связи между «первообразной» и «производной». Что это связь между соседними предыдущим и последующим членом биноминального ряда поколений универсальной функции. Что закономерные количественные связи и отношения биноминальных групп поколений универсальной функции позволяют определять структуру и величину любой биноминальной группы и поколения по известной структуре функции и назначаемым приращениям (вычитаниям) её аргументов. В отсутствии ясности объективно-аналитических представлений формирование дифференциального и интегрального исчисления вылилось и продолжает быть *видом искусства* – искусством математического абстракционизма, в основе которого не знание, а ассоциативное вдохновение.

Этот долгоиграющий порочный факт 300 лет позорит высшую математику. До сих пор попытки разрешить зияющие противоречие между абстрактной идеей и объективной практикой с позиций аналитической логики не предпринимаются.

К. Маркс писал, что насильственное устранение б.м.в. было математически не обосновано и приводило к тому, что творцы математического анализа «*...сами верили в таинственный характер новооткрытого исчисления, которое давало правильные ... результаты математически ... неправильным путём»* (Маркс К., Математические рукописи, М., 1968, с.169).

И поныне считается, что кризис в основаниях анализа бесконечно малых был преодолён в 19 в. с помощью теории пределов. Как было показано в предыдущих параграфах − это не так. Основания операционного аппарата высшей математики сегодня столь же порочны, как и в начале его создания. Острая необходимость переосмысления идеологии и приёмов вычисления, производимых по методу «*дифференциальное и интегральное исчисление*» не исчезла.

### § 61. Задачи пересмотра вывода формулы Тейлора.

Формулы и вычисления, производимые по методу дифференциальных исчислений, удовлетворяют многим практическим потребностям исчисления физических величин в естествознании. В связи с этим обстоятельством возникает потребность в анализе всего математического механизма метода в работе над исходной ошибкой «*производная*». Кроме того, есть насущная необходимость установить рамки искажения результатов вычислений производимых по методу производных, и установить суть отличий этих результатов от истинных значений функции, получаемых по методу структурной алгебры.

Основой работоспособности исчисления является количественная связь структурных разрядов функции, которая не подвержена истреблению алогичным мышлением человека. И в качестве «*кости*», на которой нарастает «*мясо*» утерянных структурных приращений функции выступает её производная, единственная величина остающаяся в «живых» (у степенной функции множитель $n{\cdot}x^{n\text{-}1}= y'$ ) после операций производимых в соответствии с пунктами определения производной. Это общее положение. От любого *частного* (для универсальной функции) и *полного* (для степенной функции) приращения произвольной функции в результате «взятия» её производной остаётся постоянная величина структурного множителя при приращении (прибавлении или вычитании) аргумента. Взаимная ***гомология*** (последовательно-позиционная количественная связь и отношения) групп структурных приращений поколений функции − ключ к восстановлению (воспроизводству) структуры и величины всех утраченных частных и полных (дифференциальных) приращений функции. Суть количественной связи структурных разрядов и групп биноминальных поколений из частей би-разрядов совокупной величины, переработанная аналитическим мышлением человека в правила и законы математических действий и преобразований, под *воздействием доминанты ассоциативного мышления была утрачена* как объективное инструментальное средство математического мышления на 300 лет. Однако *объективно-аналитические инструментальные основания математики* и соответствующие им представления о количественных связях и отношениях действительности, вне зависимости от предпочтений многих поколений математиков к субъективно-ассоциативным формам математического мышления, *никуда не исчезли*. И эта никогда не исчезавшая гомология количественной связи и отношений разрядов и групп биноминальных приращений совокупности, *уже на основе ассоциативной формы мышления*, была случайно, неосознанно и слепо повторно нащупана и реализована в высшей математике. Аналитическая ясность и прозрение так и не наступило. Ассоциативная логика высшей математики победила окончательно.

### § 62. Формула Тейлора частного вида.

В 1715 г. Брук Тейлор (1685-1731) сложным и крайне нестрогим способом нашёл общий вид функции $f(x)$, выраженной через её производные:

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f'''(0)}{3!}x^3+\ldots\ .$$

Через 30 лет Колин Маклорен (1698-1746) дал простой вывод формулы Тейлора. Он последовательным дифференцированием определяет коэффициенты многочлена ***n***-ой степени:

$$f(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+c_3x^3+c_4x^4+\ldots,$$

и находит:

$$f'(x)=c_1+2c_2x+3c_3x^2+4c_4x^3+\ldots,$$

$$f''(x)=\ldots\ldots.2c_2+2\cdot 3c_3x+3\cdot 4c_4x^2+\ldots,$$

$$f'''(x)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.2\cdot 3c_3+2\cdot 3\cdot 4c_4x+\ldots,\ \text{и. т. д..}$$

Подставляя в эти выражения значение аргумента $x$=0, он последовательно получает:

$c_0$=$f(0)$, $c_1$= $f'(0)$, $c_2$= $f''(0)/2!$, $c_3$= $f'''(0)/3!$ и т.д..

Подставляя эти значения многочлен принимает вид:

$$f(x)=f(0)+\ f'(0)\cdot x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f'''(0)}{3!}x^3+\ldots\ .$$

***Замечания к выводу формулы Тейлора Маклореном***.

Все значения производных (производной первого порядка и высших порядков) и значение самой функции получено *при значении аргумента* ***x*=0 !!!** То есть эти величины (производные) определены при таком значении аргумента, при котором ни реально, ни математически, *частные и полные приращения функции не существуют*. А значение самой функции равно постоянной величине $\boldsymbol{c_0}$. Например универсальной функции $y(x)=x_n\cdot\ldots\cdot x_i\cdot\ldots\cdot x_2\cdot x_1$ или степенной функции $y(x)=x^n$ при $x$=0 просто не существует. Здесь та же самая ошибка логики абстрактного мышления, которая была описана в §60. Здесь в этом конкретном случае, математические действия по выводу общего вида функции $f(x)$, выражаемой через её производные, подпадают под обострённую форму основного закона мышления - закона запрещения противоречия. Когда существующее или подразумеваемое количество (величина аргумента $\boldsymbol{x\neq 0}$) отображается абстракцией противоположного толка − отсутствующим количеством (значение аргумента ***x*** приравнено нулю).

Сравним две структурные формулы многочлена ***n***-ой степени. Первая формула выражает символическую запись многочлена, когда аргумент ***x*** действительно имеет количественное наполнение отличное от нуля, пусть даже его значение одна тысячная доля условной единицы ($x$=0,001) и это значение в формуле отображено буквой $x$:

$$f(x)=c_0+c_1(0{,}001)+c_2(0{,}001)^2+c_3(0{,}001)^3+c_4(0{,}001)^4+\ldots=c_0+c_1x+c_2x^2+c_3x^3+c_4x^4+\ldots$$

Вторая формула выражает символическую запись многочлена ***n***-ой степени, когда отсутствует количественное наполнение аргумента ***x*** и отсутствует структура величины многочлена, кроме $\boldsymbol{c_0}$:

$$f(x)=c_0+c_1\cdot 0+c_2\cdot 0^2+c_3\cdot 0^3+c_4\cdot 0^4+\ldots=c_0\,.$$

Поставим вопрос. На каком основании абстрактная математическая логика выводит значения производных от несуществующего при ***x*=0** многочлена ***n***-ой степени ?

Ответ прост. На основании ассоциативной формы мышления, когда предмет мысли подменяется мыслью о предмете. Абстрактное воображение ассоциативного мышления продолжает производить с несуществующей величиной и структурой все те действия и преобразования математики, которые относятся ***к действиям с количествами*** (***величинами***). Причиной ошибки и подмены является зрительное восприятие письменной символической формы многочлена. Ведь при $x$=0 символическая форма не исчезает на письме. Абстрактное мышление продолжает в своём воображении обрабатывать не существующую структуру и её величину (**$x$=0**,) с помощью формулы многочлена ***n***-ой степени ($x=x_0\neq 0$). Тем самым, подменяя одну противоположность другой. Здесь абстрактная логика математического мышления, не подконтрольное аналитической логике, неосознанно соскакивает с не существующей структуры, как предмета мысли, на мышление о противоположном предмете - о многочлене, существование и структура величины которого обусловлена реальным количественным значением аргумента ($x\neq 0$, первая формула).

Напрасно ожидать от абстрактного мышления непротиворечивой логики. Комментировать этот абстрактно-логический винегрет нет смысла. Здесь не просто недоразумения символики. Здесь акт самосожжения абстрактно-ассоциативной логики. Если при определении предела относительного приращения функции, нулю приравнивают только приращение аргумента. То здесь и приращение, и начальное значение функции обнуляют ($x=x_0+\Delta x=0$). Что творят, что творят?!

### § 63. Ряд Тейлора в общем виде.

Таким же образом для многочлена

$$f(x)=c_0+c_1(x-a)+c_2(x-a)^2+c_3(x-a)^3+c_4(x-a)^4+...$$

выводится формула Тейлора, дающая разложение функции по степеням ($x-a$) в общем виде:

$$f'(x)=c_1+2c_2(x-a)+3c_3(x-a)^2+4c_4(x-a)^3+...,$$

$$f''(x)=........2c_2+2\cdot 3c_3(x-a)+3\cdot 4c_4(x-a)^2+...,$$

$$f'''(x)=................2\cdot 3c_3+2\cdot 3\cdot 4c_4(x-a)+..., \text{ и т. д. .}$$

При любом ***x*** отличном от нуля (**$x\neq 0$**) и от значения ***x=a*** структура величины каждого члена многочлена и порядковых производных есть отображение реальной количественной структуры их величин. Подставляя в эти выражения значение аргумента $x=a$, последовательно получаем

$$c_0=f(a),\ c_1=f'(a),\ c_2=f''(a)/2!,\ c_3=f'''(a)/3! \text{ и т.д..}$$

Подставляя эти значения, получаем формулу

$$f(x)=f(a)+f'(a)\cdot(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3+...\quad ,$$

которая даёт разложение функции по степеням ($x-a$). Эта формула была известна Тейлору.

***Замечания к выводу формулы ряда Тейлора в общем виде***.

Все значения производных (производной первого порядка и высших порядков) и значение самой функции ($f(a)$, $f'(a)$, $f''(a)$, $f'''(a)$, …) это величины при значении аргумента ***x=a***. *Условие*, *когда аргумент имеет реальное количественное наполнение*, означает, что используемый для вывода производных многочлен ***n***-ой степени в целом, и каждый его член по отдельности есть символические формы реальных математических структур величины и их совокупности. Однако, если производные, как реальные математические структуры при значении ***x=a*** существуют, то интервал ($x-a$) и его величина, как реальное количество, однозначно отсутствует и равен 0 (**$x-a=\Delta x=0$**). И тогда все члены ряда, кроме первого $f(a)$, обращаются в нуль. Величина ряда Тейлора для точки $x=a$ принимает значение $f(x)=f(a)$. Абстрактное мышление продолжает творить логические чудеса.

Интервал ($x-a$) есть величина произвольного приращения аргумента. Обозначим в формуле Тейлора в общем виде приращение аргумента ($x-a$) символом $\Delta x$ ($x-x_0=\Delta x$, где $x_0=a$). Формула Тейлора приобретёт следующий вид:

$$f(x)=f(a)+f'(a)\cdot\Delta x+\frac{f''(a)}{2!}\Delta x^2+\frac{f'''(a)}{3!}\Delta x^3+...\ .$$

***Сравним формулы Маклорена и Тейлора***.

Ряд Маклорена есть бесконечный многочлен одной переменной ***x***. Ряд Тейлора общего вида есть бесконечный многочлен одной переменной **$\Delta x$**. Оба ряда выведены на условиях реального отсутствия аргумента, то есть отсутствия у многочлена с неопределёнными коэффициентами самой переменной величины и её приращения, первый ряд из условия, что $x$=0, второй ряд, что $x-a=\Delta x=0$. Нет элементарных элементов совокупности - нет количественной структуры, нет величины. Однако *формально-математически* символическое ***обозначение отсутствующего аргумента*** в первом случае, ***и его приращение*** во втором случае, ***в формулах сохранены***. *Зрительное восприятие* запечатленной письменно формулы, которая включает символы аргумента и его приращения, притом, что реально и аргумент, и его приращение ***отсутствуют*** (равны 0) есть *причина* удержания в математическом сознании ложного инструментально-мысленного образа. Мышление ошибочно оперирует этим ложным абстрактно-инструментальным образом и его символическим письменным изображением как реальной величиной. Предмет отсутствует, а мысль о предмете продолжает жить самостоятельно от предмета мысли.

Парадоксально, но эта неадекватность между математическим содержанием предмета исчисления и его символической формой стала источником развития разделов высшей математики.

### § 64. Структурно-алгебраический анализ формулы Тейлора.

**1.** Вывод формулы Тейлора основан на определении неопределённых коэффициентов многочлена $n$-ой степени

$$P(x)=f(x)=c_0+c_1(x-a)+c_2(x-a)^2+c_3(x-a)^3+\ldots=c_0+c_1\Delta x+c_2\Delta x^2+c_3\Delta x^3+\ldots$$

через производные многочлена. Согласно пунктам определения производной имеем:

$$c_0=f(a),\ c_1=f'(a),\ c_2=f''(a)/2!,\ c_3=f'''(a)/3!,\ c_4=f''''(a)/4!,$$

$$f(x)=f(a)+f'(a)\cdot(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3+\ldots=$$

$$=f(a)+f'(a)\cdot\Delta x+\frac{f''(a)}{2!}\Delta x^2+\frac{f'''(a)}{3!}\Delta x^3+\ldots\ .$$

Сравним значения неопределённых коэффициентов многочлена Тейлора, выраженные через производные функции, со структурой величины членов биноминального ряда степенной функции вычисленных обычным алгебраическим способом при приращении (прибавлении, вычитании) к значению аргумента $x_0=a$ величины $\Delta x$:

$$f(x)=(a+\Delta x)^n=a^n+C_n^1a^{n-1}\Delta x+C_n^2a^{n-2}\Delta x^2+\ldots+C_n^ka^{n-k}\Delta x^k+\ldots+\Delta x^n\ .$$

Очевидно, что

$$f(a)=a^n,\quad f'(a)=C_n^1a^{n-1},\ f''(a)/2!=C_n^2a^{n-2}=A_n^2\cdot a^{n-2}/2!,\ f'''(a)/3!=C_n^3a^{n-3}=A_n^3\cdot a^{n-3}/3! \text{ и т. д.}$$

Следовательно, такие пункты *определения* производной функции как вычисление приращения функции $\Delta f(x)$ и вычисление предела отношения $\Delta f(x)/\Delta x$ при $\Delta x\to 0$ ведут к потере всех членов бинома Ньютона, кроме второго члена равного $C_n^1a^{n-1}\Delta x$, от которого после вычисление предела отношения $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{C_n^1a^{n-1}\Delta x}{\Delta x}$ остаётся постоянный множитель $n\cdot a^{n-1}=f'(a)$.

Таким образом, утраченные при применении пределов, структуры дифференциальных приращений поколений степенной функции соответствуют членам ряда многочлена Тейлора и составляют совокупность поколений бинома Ньютона. В силу именно этого обстоятельства в конечном итоге количественные исчисления по этому методу дают вычислительные результаты иногда точные, а иногда приближённые к точным результатам. Таким образом, многочлен Тейлора, как и многочлен $P(x)$ есть символические виды бинома Ньютона. Различие состоит в степени символической подробности при отображении элементов структуры величины каждого члена биноминального поколения.

Объективно-аналитические основания и правила алгебры в конечном итоге обеспечили исправление и самоочищение математического аппарата от ошибок абстрактной логики и умозрительной аксиомы «производная». Однако казуистика многочисленных математических приёмов и манипуляций в процессе внесения ошибок и очищения от них привела к потере физического статуса исследуемых величин и формированию абстрактно-логического, беспредметного по своей сути, аппарата исчислений.

**2.** Многочлен Тейлора имеет бесконечное число членов ряда. Но любая произвольная функция, как алгебраическая фигура структуры совокупности из конечного числа элементарных единиц, выражает актуально-конечную, точную величину их количества. В томе 2 «*Счётные структуры и вычисления*» данного курса лекций рассматриваются исключительно квантовые (актуально-конечные) количественные аспекты исчисления и отношений величин. Когда существует минимально возможная идеализированная единица счёта тех или иных квантовых состояний объектов действительности или тех или иных их качеств и свойств, то все квантовые количества, какой бы сложной не была структура (функция) их совокупной величины есть конечное, целочисленное или дробное количество. Например, по сравнению с потенциально бесконечным числом членов многочлена Тейлора число членов бинома всегда конечно.

Погрешность вычисления «$R_{k+1}^n$» значения степенной функции $\{f(a+\Delta x)-R_0^k\}$ в точности равна совокупной величине отброшенных поколений её биноминальной формы ($x=x_0+\Delta x=a+\Delta x$):

$$f(a+\Delta x)==(a+\Delta x)^n=a^n+C_n^1a^{n-1}\Delta x+C_n^2a^{n-2}\Delta x^2+\ldots+C_n^ka^{n-k}\Delta x^k+\ldots+\Delta x^n=$$

$$=\underbrace{a^n+C_n^1a^{n-1}\Delta x+\ldots+C_n^ka^{n-k}\Delta x^k}_{R_0^k}+\underbrace{C_n^{k+1}a^{n-k-1}\Delta x^{k+1}+\ldots+\Delta x^n}_{R_{k+1}^n},$$

где

$$R_{k+1}^n=C_n^{k+1}a^{n-k-1}\Delta x^{k+1}+C_n^{k+2}a^{n-k-2}\Delta x^{k+2}+\ldots+\Delta x^n=f(a+\Delta x)-R_0^k=$$

$$=f(a+\Delta x)-[\,a^n+C_n^1a^{n-1}\Delta x+C_n^2a^{n-2}\Delta x^2+\ldots+C_n^ka^{n-k}\Delta x^k\,].$$

## Л Е К Ц И Я 23

### § 65. Алгебраический метод построения структуры величины произвольной функции.

*Возможно ли* что бы при таком объёме ложных моментов в математическом содержании и символики логических элементов метода, совокупность которых поражает воображение, ряды Тейлора для произвольных функций оказались тем спасательным кругом, который даёт дифференциальному исчислению право на существование в качестве методического приёма получения приблизительно верных вычислительных результатов? ***Возможно!*** В силу того обстоятельства, что все структурные разряды совокупной математической величины (функции) взаимно гомологичны. То есть, объединены конкретной системой количественных связей и отношений между собой − структурой совокупной величины. Любая функция есть система гомологической (последовательной) структурной иерархии количественных связей и отношений разрядов или биноминальных поколений совокупной величины, которая вербально или письменно выражена с помощью математических терминов или символов. Однако в отличие от метода «производных» структурно-алгебраический метод построения величины функции даёт не приблизительные, а точные значения её величины для любых значений аргументов.

***Структурно-алгебраический метод*** отыскания величины функции ***основан на*** *свойстве* ***постоянства структуры*** *количественной связи разрядов* произвольной функции, *которая независима от величины* (*значений*) *разрядов*, выступающих в роли аргументов. В том числе свойство сохранения структуры количественных связей и отношений разрядов (гомология разрядов) не зависит от приращения аргументов (разрядов). Это свойство является источником структурно-алгебраического метода исследования структуры и величины частных и полных приращений функции.

Суть метода состоит в вычислении, как по отдельности, так и в совокупности, величины частных (полных) приращений функции в зависимости от приращения (прибавления, вычитания) её разрядов на основе структуры количественной связи разрядов функции, заданной в символическом виде. Структура, величина и число частных или полных (дифференциальных) приращений функции всецело определяются её структурой, числом разрядов, числом аргументов и значениями их приращения. *Аргументом будем называть исключительно приращение* (прибавление, вычитание) *разряда.* Приём метода состоит в том, что структура величины любого частного биноминального приращения представляется как произведение его постоянной структурной части (*мощности сечения*) и аргумента (*величины приращения разряда*). Числу аргументов соответствует число биноминальных поколений приращения функции. Полное приращение функции в первом биноминальном поколении есть совокупность всех её частных приращений от одного аргумента. Частные приращения второго поколения функции есть её приращения от двух аргументов. И так далее. Частное приращение ***n***-ого поколения есть приращение функции от ***n*** аргументов. Отсюда со всей очевидностью следует, что каждый в отдельности член многочлена Тейлора, кроме первого $f(a)$, есть совокупность частных приращений каждого поколения функции, и, таким образом, представляет собой полное приращение того или иного биноминального поколения.

В последующих параграфах представлены примеры отыскания дифференциальной структуры приращений некоторых функций, связь разрядов которых задаётся их символической формой.

### § 66. Структурно-алгебраический метод отыскания частных сечений и частных приращений универсальной функции.

Пусть структурная связь разрядов совокупности выражается знаком «умножение». Функция совокупной величины с универсальной структурой имеет символический вид ($x_1 \neq \ldots \neq x_i \neq \ldots \neq x_n$):

$$f(x_n,\ldots,x_i,\ldots,x_2,x_1)=\sum^{x_n}\cdots\left\{\sum^{x_i}\cdots\left\{\sum^{x_2}\left\{\sum_{1}^{x_1}1_{сч}\right\}\right\}\right\}=x_n\cdot\ldots\cdot x_k\cdot\ldots\cdot x_2\cdot x_1\,,$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ - начальные значения разрядов; $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n$ - приращения разрядов – величина аргументов.

Найдём общий вид функции $f(x)$, выраженной через частные приращения её поколений.

**1**. *Первое поколение частных приращений функции.*

Если приращение существует только в одном произвольном разряде (только по одному аргументу) универсальной функции, то оно даёт следующее новое значение функции:

$$f\{x_n,\ldots,(x_i+\Delta x_i)\ldots,x_1\}=x_n\cdot\ldots\cdot(x_i+\Delta x_i)\cdot\ldots\cdot x_2\cdot x_1=\frac{f_0}{x_i}(x_i+\Delta x_i)=f_0+\frac{f_0}{x_i}\cdot\Delta x_i\,.$$

*Величина* $\boldsymbol{f_0/x_i}$ представляет собой постоянную структурную величину (постоянный множитель) частного приращения первого поколения функции от прибавления (вычитания) только в одном ***i***-ом разряде. Этот постоянный структурный множитель обозначим вербальным термином «*частная мощность сечения* ***функции*** *по аргументу* $x_i$» и обозначим его символом: $\dot{f}_1(x_i)=f_0/x_i$.

*Переменная часть* (аргумент разряда) частного приращения функции есть произвольная величина (значение) приращения ***i***-ого разряда равная $\Delta x_i$. В принятых обозначениях частное приращение универсальной функции $\bar{f}_1(x_i)$ по аргументу ***i*** примет вид:

$$_ч\bar{f}_1 = \bar{f}_1(x_i) = \Delta f_1(x_i) = \frac{f_0}{x_i}\Delta x_i = \dot{f}_1(x_i)\cdot\Delta x_i\,.$$

Поскольку число разрядов функции равно ***n***, то совокупность из ***n*** частных приращений первого поколения составляет полное приращение первого поколения функции «$\bar{f}_1 = \Delta f_1$»:

$$\bar{f}_1 = \Delta f_1 = \sum_{i=1}^{i=n}\frac{f_0}{x_i}\Delta x_i = \frac{f_0}{x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{f_0}{x_i}\Delta x_i + \ldots + \frac{f_0}{x_n}\Delta x_n = \sum_{1}^{C_n^1}\Delta_ч f_1\,.$$

**2**. *Второе поколение частных приращений функции.*

Структурные *приращения второго поколения* функции *есть приращения величины частных приращений первого поколения от приращений по второму аргументу* (всего по двум разрядам аргументов):

$$\Delta_ч f_2 = \Delta f_2(x_i, x_j) = \frac{f_0\Delta x_i}{x_i x_j}\Delta x_j = \dot{f}_2(x_i, x_j)\cdot\Delta x_j\,.$$

*Величина* $\dot{f}_2(x_i, x_j) = f_0\Delta x_i / x_i x_j$ представляет собой постоянную структурную величину (постоянный множитель) частного приращения второго поколения функции по разряду ***j***. Этот постоянный структурный множитель есть *частная мощность сечения **первого** поколения универсальной функции по разряду* (*аргументу*) $\boldsymbol{x_j}$.

*Переменная часть* (аргумент второго разряда) частного приращения второго поколения универсальной функции есть произвольная конечная величина приращения ***j***-ого разряда равная $\Delta x_j$.

Из каждой пары аргументов частных приращений второго поколения один аргумент уже входит в состав структурных элементов величины частных приращений первого поколения функции. Поэтому:

− коэффициент прироста количества частных приращений второго поколения, образующихся на частных приращениях первого поколения, на единицу меньше числа частных приращений первого поколения и равен ($n$−1) и, следовательно, общее число частных приращений второго поколения ***n***·(***n***−**1**);

− существует две символические комбинации с произведением аргументов одной и той же пары, но с разной последовательностью их позиционного расположения в формуле. Например:

$$\bar{f}_2(x_i, x_j) = \Delta f_2(x_i, x_j) = \frac{f_0\cdot\Delta x_i}{x_i x_j}\Delta x_j = \dot{f}_2(x_i, x_j)\cdot\Delta x_j =$$

$$= \bar{f}_2(x_j, x_i) = \Delta f_2(x_j, x_i) = \frac{f_0\cdot\Delta x_j}{x_j x_i}\Delta x_i = \dot{f}_2(x_j, x_i)\cdot\Delta x_i\,.$$

Коэффициент повторения сочетания одних и тех же пар аргументов с *разным порядком* их расположения в структуре частного приращения функции (равный 2) учитывается в символической записи величины приращения. Полное приращение второго поколения функции:

$$\bar{f}_2 = \Delta f_2 = \sum_{1}^{\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}}\Delta_ч f_2 = \sum_{1}^{C_n^2}\Delta_ч f_2\,.$$

**3**. ***k***-ое *поколение частных приращений универсальной функции.*

Частные приращения ***k***-го поколения есть приращения на частных приращениях (***k***−**1**)-го поколения по ***k***-му аргументу:

$$\Delta_ч f_k = \Delta f_k(\underbrace{x_1,\ldots,x_i,\ldots x_j}_{k}) = \frac{f_0\cdot\overbrace{\Delta x_1\cdot\ldots\cdot\Delta x_i}^{k-1}}{\underbrace{x_1\cdot\ldots\cdot x_i\cdot x_j}_{k}}\cdot\Delta x_j = \dot{f}_k\cdot\Delta x_j.$$

*Величина* $\dot{f}_k = \dfrac{f_0\cdot\overbrace{\Delta x_1\cdot\ldots\cdot\Delta x_i}^{k-1}}{\underbrace{x_1\cdot\ldots\cdot x_i\cdot x_j}_{k}}$ есть постоянная структурная величина частного приращения ***k***-го поколения функции − *частная мощность сечения **k**-го поколения функции по разряду* ***j*** (*аргументу* $\boldsymbol{x_j}$).

Общее количество частных приращений в $k$-ом поколении равно: $n(n\text{-}1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$. Коэффициент повторения сочетания аргументов с разным порядком их расположения в структуре величины частного приращения равен ***k***.

Полное приращение ***k***-го поколения функции:

$$\bar{f}_k = \Delta f_k = \sum_{1}^{\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{n-k+1}{k}} \Delta_ч f_k = \sum_{1}^{C_n^k} \Delta_ч f_k \ .$$

**4**. *Конечная* (*новая*) *величина универсальной функции* есть сумма начального её значения и *частных* приращений всех её поколений:

$$f(x_n,\ldots,x_2,x_1) = (x_n + \Delta x_n)\cdot\ldots\cdot(x_2 + \Delta x_2)\cdot(x_1 + \Delta x_1) =$$
$$= f_0 + \Delta f_1 + \Delta f_2 + \ldots + \Delta f_n = f_0 + \sum_{1}^{C_n^1} \Delta_ч f_1 + \sum_{1}^{C_n^2} \Delta_ч f_2 + \ldots + \sum_{1}^{C_n^n} \Delta_ч f_n \ .$$

**§ 67. Структурно-алгебраический метод отыскания величины степенной функции.**

Рассмотрим случай, *когда начальные значения разрядов* имеют равные числовые значения *и* их приращения – *аргументы*, так же имеют равные числовые значения во всем интервале своих изменений. Универсальная функция примет структуру степенной функции:

$$f(x_n,\ldots,x_2,x_1) = x_n \cdot\ldots\cdot x_i \cdot\ldots\cdot x_2 \cdot x_1 = x^n \ .$$

**1**. *Первое поколение частных и полного приращений функции.*

Частное приращение по аргументу произвольного разряда ***i*** ( $\Delta x_1 = \ldots = \Delta x_i = \ldots = \Delta x_n = \Delta x$ ):

$$\bar{f}_1(x_i) = \Delta f_1(x_i) = \Delta_ч f_1 = \dot{f}_1(x_i)\cdot\Delta x_i = \frac{f_0}{x}\Delta x = x^{n-1}\Delta x \ .$$

Полное приращение первого поколения функции:

$$\bar{f}_1 = \Delta f_1 = \sum_{1}^{C_n^1} \Delta_ч f_1 = n\cdot\dot{f}_1(x)\cdot\Delta x = n\cdot x^{n-1}\cdot\Delta x = C_n^1 x^{n-1}\Delta x \ .$$

**2**. *Второе поколение частных и полного приращений функции.*

Частное приращение второго поколения по двум аргументам:

$$\bar{f}_2(x_i, x_j) = \Delta_ч f_2 = \dot{f}_2(x_i, x_j)\cdot\Delta x_j = \frac{f_0\cdot\Delta x}{x\cdot x}\Delta x = x^{n-2}\Delta x^2 \ .$$

Величина ${}_ч\dot{f}_2 = (f_0\cdot\Delta x)/x^2 = x^{n-2}\Delta x$ - постоянная структурная величина (множитель) любого частного приращения функции во втором поколении. Полное приращение второго поколения функции:

$$\bar{f}_2 = \Delta f_2 = \sum_{1}^{\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}} \Delta_ч f_2 = \frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot x^{n-2}\cdot\Delta x^2 = C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 \ .$$

**3**. ***k***-ое *поколение частных и полного приращений функции.*

Частное приращение ***k*** поколения функции по ***k*** аргументам:

$$\bar{f}_1(x_i) = \Delta f_1(x_i) = \Delta_ч f_k = {}_ч\dot{f}_k\cdot\Delta x = \frac{f_0\cdot\Delta x^{k-1}}{x^k}\cdot\Delta x = x^{n-k}\Delta x^k \ .$$

*Величина* ${}_ч\dot{f}_k = \dfrac{f_0\cdot\Delta x^{k-1}}{x^k}$ - постоянный структурная величина любого частного приращения степенной функции в ***k***-ом поколении при величине приращения аргумента, равного $\Delta x$.

Полное приращение $k$-ого поколения:

$$\bar{f}_k = \Delta f_k = \sum_{1}^{\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{n-k+1}{k}} \Delta_ч f_k = \frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{(n-k+1)}{k}\cdot x^{n-k}\cdot\Delta x^k = C_n^k x^{n-k}\Delta x^k \ .$$

**4**. *Структура и величина степенной функции* при её отображении через полные приращения её поколений имеет вид:

$$(x+\Delta x)^n = f_0 + \Delta f_1 + \Delta f_2 + \ldots + \Delta f_n = x^n + C_n^1 x^{n-1}\Delta x + C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n \ .$$

**§ 68. Структурно-алгебраический метод отыскания сечения и величины показательной функции.**

Для сравнения друг с другом результатов вычисления структуры величины *производной* и *мощности сечения* функции по *методу* «*производных*» и по *методу структурной алгебры* приведём их вывод согласно пунктам обоих методов.

**1**. ***Вывод методом производных***.

Производная показательной функции в дифференциальном исчислении имеет вид:

$$(a^{x+\Delta x})' = a^x\cdot\ln a.$$

Вывод формулы производится на основе определения производной функции.

$$(a^x)' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{x_0+\Delta x}-a^{x_0}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{x_0}(a^{\Delta x}-1)}{\Delta x} = a^{x_0}\cdot\lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{\Delta x}-1}{\Delta x} = a^{x_0}\cdot\left\langle\frac{0}{0}\right\rangle.$$

Вычисления согласно пунктам определения производной приводят к неопределённости предела при $\Delta x\to 0$. Для выхода из патовой ситуации начинается поток абстрактных вычислительных процедур. Другого пути разрешения возникшего казуса, ставящего крест на принципах метода производных, просто нет. Вводят переменную $z=a^{\Delta x}-1$, тогда $a^{\Delta x} = z+1 \Rightarrow \Delta x=\log_a(z+1)$. Далее используют переход к новому основанию логарифма: $\Delta x=\log_a(z+1)=\ln(z+1)/\ln a$. $z\to 0$ при $\Delta x\to 0$. В итоге:

$$(a^x)' = a^{x_0}\cdot\lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{\Delta x}-1}{\Delta x} = a^x\cdot\lim_{z\to 0}\frac{z}{\frac{\ln(z+1)}{\ln a}} = a^x\cdot\ln a\cdot\lim_{z\to 0}\frac{z}{\ln(z+1)} =$$

$$= a^x\cdot\ln a\cdot\lim_{z\to 0}\frac{1}{\frac{1}{z}\ln(z+1)} = a^x\cdot\ln a\cdot\lim_{z\to 0}\frac{1}{\ln(z+1)^{\frac{1}{z}}} = a^x\cdot\ln a\cdot\frac{1}{\ln e} = a^x\cdot\ln a.$$

**2**. ***Вывод методом структурной алгебры***.

*Новая величина функции* при значении аргумента $\Delta x$:

$$f(x+\Delta x)= a^{x+\Delta x} = \underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a\cdot a\cdot a}_{число.разрядов..=.x}\cdot\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{число.разрядов..\Delta x} = a^x\cdot a^{\Delta x} = \dot{f}(x)\cdot a^{\Delta x} = f_0(x)\cdot f(\Delta x).$$

*Мощность сечения показательной функции* (постоянная структурная величина) − величина $\dot{f}_{nok}(x) = f_0(x) = a^x$, которая не зависит от величины изменения числа разрядов (от величины аргумента).

*Коэффициент изменения величины показательной функции*:

$$f(\pm\ \Delta x) = f(\pm\overline{x}) = a^{\pm\Delta x}.$$

*Структура величины приращения показательной функции*:

$$\Delta f = f(x+\Delta x)-f(x) = a^x\cdot a^{\Delta x}-a^x = a^x(a^{\Delta x}-1) = \dot{f}_{nok}(x)\cdot(a^{\Delta x}-1).$$

## § 69. Структурно-алгебраический метод отыскание сечения и величины логарифмической функции.

**1**. ***Вывод методом производных***.

Производная логарифмической функции в дифференциальном исчислении имеет вид:

$$f' = \frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln a}.$$

1. $f(x+\Delta x)= \log_a(x+\Delta x)$.
2. $\Delta f = \log_a(x+\Delta x) - \log_a x = \log_a\frac{x_0+\Delta x}{x_0} = \log_a(1+\frac{\Delta x}{x_0})$.
3. $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x}\cdot\log_a(1+\frac{\Delta x}{x_0}) = \frac{1}{x_0}\frac{x_0}{\Delta x}\cdot\log_a(1+\frac{\Delta x}{x_0}) = \frac{1}{x}\log_a(1+\frac{\Delta x}{x_0})^{\frac{x_0}{\Delta x}}$.
4. $f' = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{x}\log_a(1+\frac{\Delta x}{x_0})^{\frac{x_0}{\Delta x}} = \frac{1}{x}\log_a\lim_{\Delta x\to 0}(1+\frac{\Delta x}{x_0})^{\frac{x_0}{\Delta x}} = \frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln a}$.

**2**. ***Вывод методом структурной алгебры***.

*Мощность сечения логарифмической функции* $\dot{f}_{\log}(x)$ – постоянная величина функции, независимая от приращения аргумента:

$$\dot{f}_{\log}(x) = \log_a x = \log_a a^{f(x)} = f(x).$$

*Структура приращения функции*:

$$\Delta f = \log_a(x+\Delta x) - \log_a x =$$

$$= \log_a\frac{x+\Delta x}{x} = \log_a(1+\frac{\Delta x}{x_0}) = \log_a\frac{a^f\cdot a^{\Delta f}}{a^f} = \log_a a^{f(x)} + \log_a a^{\Delta f} - \log_a a^{f(x)} = \log_a a^{\Delta f}.$$

*Новое значение функции*:

$$f(x+\Delta x) = \log_a(x+\Delta x) = \log_a x(1+\Delta x/x) = \log_a x + \log_a(1+\Delta x/x) =$$

$$= \log_a a^{f(x)} + \log_a a^{\Delta f} = f(x) + \Delta f.$$

*Задача*.

Дано: $f(x)=\log_3 x$ , $x=81$, $\Delta x=19602$. $x+\Delta x=19683$.

Определить: мощность сечения (1), приращение (2) и новое значение (3) функции.

1. $\dot{f}_{\log}(x)=f(x)=\log_3 81=\log_3 3^4=4.$

2. $\Delta f=\log_a(1+\dfrac{\Delta x}{x})=\log_3\left(1+\dfrac{19062}{81}\right)=\log_3(1+242)=$

$$=\log_3 243=\log_3 3^5=5.$$

3. $\log_3 19683=\log_3 3^9=\log_3 81+\log_a(1+19602/81)=$

$$=\log_3 81+\log_3(1+242)=f(x)+\Delta f=\log_3 3^4+\log_3 3^5=4+5=9.$$

### § 70. Универсальный характер формальных правил структурно-алгебраического метода исчислений.

Отыскание величины дифференциальных приращений методом структурной алгебры всецело выполняются в рамках единой системы способов и приёмов структуризации, счёта и исчисления величины совокупности с произвольной счётной структурой. Методы дифференциальной алгебры, таким образом, обладают универсальной применимостью и демонстрируют принцип постоянства формальных законов исчисления. Аппарат дифференциальной алгебры не нуждается во внесении в классическую (арифметическую) систему отражения количественных аспектов исчисления, содержащую четыре базовые операции математики, субъективно-идеалистических операций в виде аксиом «дифференциального и интегрального исчисления», изобретённые абстрактно-ассоциативной логикой мышления.

## Л Е К Ц И Я 24

## ТЕМА 7. Интегральная алгебра.

### § 71. Интегрально-алгебраическая задача структурного метода.

Задача дифференциальной алгебры состоит в том, что бы по известной структуре величины (функции) определять величину постоянной структурной части (постоянный множитель) относительно любого её разряда и на основании произвольного приращения разряда (частного аргумента) отыскивать частные приращения функции в любом её поколении.

Задача интегральной алгебры прямо противоположная. По известной исходной структуре величины (функции $f$), которая в интегральном исчислении принимается за постоянный структурный множитель (производную) первообразной функции ($f=F'$), отыскивать неизвестную первообразную структуру и её величину ($F$). Причём для исходной функции $f$ существует множество поколений её первообразных величин. Структура исходной функции, в задачах первообразного алгебраического интегрирования, выступает в качестве постоянной структурной части первообразных функций. Так для первого поколения первообразных величин исходная функция есть частная или *полная мощность сечения* искомой первообразной функции − *её первая производная* в терминологии «дифференциального исчисления».

Основа алгебраического интегрирования, так же как и алгебраического дифференцирования − содержание количественной связи разрядов и групп единиц структурированных величин, которое запечатлевается символами математической формулы. Отсюда универсальная применимость структурной алгебры и принципов постоянства формальных законов исчисления. Аппарат интегральной алгебры, так же как и аппарат дифференциальной алгебры, не нуждается во внесении в отлаженную систему отображения количественной связи разрядов структурированной совокупности умозрительных операций математики не имеющих объективного обоснования. Четыре арифметические действия − необходимый и достаточный операционный арсенал исследования количественных аспектов мироздания.

### § 72. Связь исходной функции и её первообразной.

В общем случае составная величина, когда $x_1\neq x_2\neq x_3\neq\ldots\neq x_{n-1}\neq x_n$ (универсальная функция), имеет следующий структурный вид:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\sum_{1_h}^{v_h}\left\{\sum_{1_{n-1}}^{h_{n-1}}\ldots\ldots\left\{\sum_{1_b}^{c_b}\left\{\sum_{1_a}^{b_a}\left\{\sum_{1}^{a_1}1\right\}\right\}\right\}\right\}=v_h\cdot h_{n-1}\cdot\ldots\cdot c_b\cdot b_a\cdot a_1=x_n\cdot x_{n-1}\cdot\ldots\cdot x_3\cdot x_2\cdot x_1\,.$$

Если ***при алгебраическом дифференцировании*** отыскание *частных сечений* (постоянных множителей) универсальной функции по тому или иному её *переменному разряду* производится с помощью операции ***деления*** *величины функции на величину этого разряда*

$$_{ч}\dot{F}(x_i)=F(x_1,\ldots, x_i,\ldots, x_n)/x_i\,.$$

А затем найденное значение *частной мощности сечения* умножают на величину приращения этого разряда, вычисляя частное приращение функции в этом разряде

$$\Delta_{ч} F_1 = \Delta F(x_i) = \frac{F}{x_i}\Delta x_i = {}_{ч}\dot{F}(x_i)\cdot \Delta x_i\,. \qquad \mathbf{(1)}$$

То ***при алгебраическом интегрировании***, каждое из ***n*** *частных сечений* ${}_{ч}\dot{F}(x_i)$ есть постоянная структурная часть ***i***-ого разряда первообразной, которая в матанализе задаётся в качестве *исходной функции* $f_i(x_1, \ldots, x_{n-1})$ для первообразных функций $F(x_1, \ldots, x_n)$:

$$f_i(x_1, \ldots, x_{n-1}) = {}_{ч}\dot{F}(x_i) = \frac{F(x_1,\ldots,x_i,\ldots,x_n)}{x_i}\,.$$

Исходная функция $f_i(x_1, \ldots, x_{n-1})$, в роли ***частной мощности сечения i-го разряда*** первообразной $F$, связана с ней соотношением

$$\frac{F}{x_i}\Delta x_i = f_i(x_1, \ldots, x_{n-1})\cdot\Delta x_i\,,$$

откуда: $\boldsymbol{F(x_1, \ldots, x_n) = x_i \cdot f_i(x_1, \ldots, x_{n-1})}$.

Тогда, $f_1 = {}_{ч}\dot{F}(x_1) = F/x_1, \ldots,\ f_i = F/x_i, \ldots,\ f_n = F/x_n$,

и, следовательно, $F = f_1\cdot x_1, \ldots, F = f_i\cdot x_i, \ldots, F = f_n\cdot x_n$.

Совокупность всех $n\cdot$частных первообразных функций $F(x_1, \ldots, x_n)$

$$n\cdot F = \sum\nolimits_1^n [(F_i / x_i)\cdot x_i] = f_1\cdot x_1 + \ldots + f_i\cdot x_i + \ldots + f_n\cdot x_n = \sum\nolimits_1^n (f_i \cdot x_i)\,.$$

Следовательно, величина первообразной функции есть совокупность ***произведений постоянных структурных частей её разрядов на аргументы первообразной***, делённая на число аргументов:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [\,\sum\nolimits_1^n (f_i \cdot x_i)\,]/n.$$

Совокупность частных приращений $\Sigma_n(f_i\cdot x_i)$ будем обозначать принятым в интегральном исчислении символом интегральной суммы «$\int_1^n$»: $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\int_1^n x_i \cdot f_i(x_1,\ldots,x_{n-1})\,.$

Отсюда, алгебраическое интегрирование и алгебраическое дифференцирование − способы взаимно обратного порядка вычислений. В «интегральном исчислении» величина аргументов первообразной функции обозначается, так же, как и в «дифференциальном»: $\boldsymbol{\Delta x_i}$ (***dx***).

Проводить анализ идейных и математических ошибок, допущенных при обосновании аксиомы «*первообразная*» в интегральном исчислении, аналогичный анализу ошибок «дифференциального исчисления» я не буду. Не стану разбирать и идейно-вычислительные манипуляции обоснования геометрического статуса аксиомы «*первообразная*» на примере разбиения конечного отрезка под графиком функции на бесконечное число бесконечно малых отрезков. В рамках сведений этой работы такой детальный анализ теперь неактуален.

72.**1** ***Примеры алгебраического интегрирования***.

**1**. Универсальная функция двух разрядов $F(x,\ y) = xy$. Частные сечения: $\dot{F}(x) = F/x = f_x = y$, $\dot{F}(y) = F/y = f_y = x$. Тогда :

$$F(x,y) = \frac{1}{2}\int_1^2 (x\cdot f_x + y\cdot f_y) = (xy+yx)/2 = xy.$$

**2**. В случае, если $x_1 = \ldots = x_n = x$, то произведение ***n***-го числа значений разрядов принимает структурную фигуру степенной функции

$$F(x_1, ,\ldots, x_n) = x^n\,.$$

С учётом, что для степенной функции $\dot{F}(x_i) = f(x) = x^{n-1}$, структура первообразной примет следующий символический вид:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F(x) = \left[\sum_1^n (x\cdot f)\right]/n =$$

$$= \frac{1}{n}\int_1^n x\cdot f(x) = \frac{n\cdot x\cdot x^{n-1}}{n} = x^n.$$

72.**2** ***Классический вид интегрирования функций***.

Поскольку *интегрируемая функция*, будучи по своей структуре частным сечением первообразной по какому-либо её разряду, ***задаётся в качестве исходной функции*** (универсальной, степенной) *с произвольным <u>числом разрядов</u>* <u>***n***</u> $\{f(x_1, \ldots, x_n)$ или $f(x) = x^n\}$, то алгебраическое интегрирование для произвольного вида исходной функции приобретает классический вид (степень иерархии *исходной функции* ***n***, а её *первообразной* ***n*+1**).

**1**. *Для универсального случая* (нумерационного неравенства значения величины разрядов):

$$F(x_1, \ldots, x_{n+1}) = \left[\sum_1^{n+1}(x_i \cdot f_{ч_i})\right]/(n+1) = \frac{1}{n+1}\int_1^{n+1} x_i \cdot (\overbrace{x_{n+1} \cdot \ldots \cdot x_{i+1} \cdot x_{i-1} \cdot \ldots \cdot x_1}^{n}) =$$

$$= \frac{(n+1)(x_{n+1} \cdot \ldots \cdot x_{i+1} \cdot x_i \cdot x_{i-1} \cdot \ldots \cdot x_1)_i}{n+1} = x_{n+1} \cdot x_n \cdot \ldots \cdot x_{i+1} \cdot x_i \cdot x_{i-1} \ldots \cdot x_2 \cdot x_1.$$

**2**. *Для универсальной функции вида* $C \cdot f(x_1, \ldots, x_n)$.

Поскольку $C \cdot F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}) = [\sum_1^{n+1}(C \cdot {}_ч f_i^{(n)} \cdot x_i)]/(n+1)$, то

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}) = \sum_1^{n+1}(C \cdot {}_ч f_i^{(n)} \cdot x_i)/C \cdot (n+1).$$

**3**. *Для случая степенной структуры исходной функции* :

$$F(x) = \frac{1}{n+1}\int_1^{n+1}(x \cdot x^n) = \frac{(n+1)x \cdot x^n}{n+1} = x^{n+1}.$$

**4**. *Для степенной функции вида* $C \cdot x^n$:

$$F(x) = \frac{1}{C(n+1)}\int_1^{n+1}(x \cdot Cx^n) = x^{n+1}.$$

*Пример*. Пусть $f(x)=3x^2$. Тогда:

$$F(x) = \frac{1}{3(2+1)}\int_1^{2+1}(x \cdot 3x^2) = \frac{1}{3}\int_1^3 x^3 = \frac{3x^3}{3} = x^3.$$

Здесь величина $f(x)=3x^2$ есть полная *мощность сечения* (*производная*) первообразной функции $F(x_1,x_2,x_3) = x^3$. Её структура имеет вид:

$$f(x) = \sum_1^3 F_i' = \sum_1^3 (F/x_i) = x^2 + x^2 + x^2 = \sum_1^3 x_i^2 = 3x^2.$$

Так как отыскание первообразной производиться не от полной мощности сечения поколения, а от частной мощности сечения любого разряда первообразной, которая в символическом виде выражается исходной функцией $f(x)$. То мощность частного сечения разряда, умноженная на любую постоянную, отличную от единицы, есть величина кратная величине исходной функции как частного сечения первообразной. Постоянный коэффициент ***C*** может совпадать с числом эксклюзивно-позиционных сечений в поколениях степенной функции

$$C_n^1,\ C_n^2,\ \ldots,\ C_n^k,\ \ldots,\ C_n^n,$$

что является признаком полной мощности сечения первообразной в произвольном её поколении.

***Внимание!*** *Существенное отличие метода алгебраического интегрирования от метода «интегрального исчисления» состоит в том, что структурно-алгебраический метод связывает первообразную функцию с её частными сечениями*: $F(x) = {}_ч\dot{F}(x_i) \cdot x_i$ . *Поэтому при алгебраическом интегрировании нет необходимости искать первообразную как сумму всех частных первообразных её разрядов делённой на число разрядов.* ***В структурно-алгебраическом методе первообразная вычисляется по частному сечению любого разряда первообразной, которое в символическом виде выражается исходной функцией - f(x)***.

### § 73 Поколения первообразных функций.

Отыскание вида первообразных функций, как интегральных поколений заданной функции, методом структурной алгебры произведём на примере приращений в ***n*** разрядах степенной функции:

$$f(x+\Delta x) = (x+\Delta x)^n = x^n + C_n^1 x^{n-1}\Delta x + C_n^2 x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k}\Delta x^k + \ldots + \Delta x^n.$$

Каждый член этого биноминального ряда, начиная со второго, представляет собой символическое изображение совокупности частных приращений (полное приращение) каждого поколения функции. Таким образом, структура поколений биноминального ряда степенной функции отображает порядок и структуру количественной связи разрядов исходной функции как ***поколений*** *частных первообразных* и *частных сечений* (*производных*) в отношении друг друга.

Поскольку в интегральном исчислении *конечная величина* аргументов первообразной функции обозначается $\Delta x$ (и эта же величина в диф. исчислении есть ***б.м.в***. $\Delta x \to 0$), то на основании *уравнения связи первообразной и исходной функцией* (*производной от первообразной*)

$$\frac{F(x_1,\ldots,x_n)}{x_i}\Delta x_i = f_i(x_1, \ldots, x_{n-1}) \cdot \Delta x_i ,$$

***величина F только тогда первообразная величины*** $f_i$ ***, когда*** $\Delta x_i = x_i$.

Это условие принимает следующий символический вид:

$$\frac{F(x_1,...,x_n)}{x_i} x_i = F = f_i(x_1, \dots, x_{n-1})\cdot\Delta x_i \;\; = f_i(x_1, \dots, x_{n-1})\cdot \int_0^{x_i} \Delta x_i \;.$$

*Определим методом алгебраического интегрирования структуры первообразных функций* от исходной функции $f(x)=x^{\,n-k}$.

1. Первообразная *первого* поколения:

$$F_1(x^{n-k}) = \int (x^{n-k} \cdot \Delta x^1) = x^{n-k} \cdot \int_0^x \Delta x \cdot = x^{n-k}\cdot \Delta x \Big|_0^x \;= x^{n-k+1} = x^{\nu+1}.$$

2. Первообразная *второго* поколения:

$$F_2(x^{n-k}) = \iint (x^{n-k} \cdot \Delta x) = x^{n-k} \cdot \int_0^x \Delta x \cdot \int_0^x \Delta x = x^{n-k} \cdot (\Delta x\Big|_0^x)\cdot(\Delta x\Big|_0^x) = x^{n-k+2}.$$

3. Первообразная ***k**-ого* поколения: $F_k\,(x^{n-k})=$

$$= \underset{k}{\iint} (x^{n-k} \cdot \Delta x) = x^{n-k} \cdot \underbrace{\int_0^x \Delta x \cdot \ldots \cdot \int_0^x \Delta x}_{k} = x^{n-k} \cdot \int_0^x \Delta x^k = x^{n-k} \cdot \left(\Delta x\Big|_0^x\right)^k = x^n.$$

*Определим первообразные для функции* $f(x) = C_n^k\, x^{n-k}$.

1. Первообразная *первого* поколения:

$$F_1(C_n^k\, x^{n-k}) = \frac{1}{C_n^k} \int_0^x C_n^k x^{n-k} \cdot \Delta x = x^{n-k} \cdot \int_0^x \Delta x = x^{n-k+1}.$$

2. Первообразная *второго* поколения:

$$F_2(x) = \iint (C_n^k x^{n-k} \cdot \Delta x^2) = \frac{1}{C_n^k} \int_0^x C_n^k x^{n-k} \cdot \Delta x^2 = x^{n-k} \cdot \int_0^x \Delta x^2 = x^{n-k+2}\,.$$

3. Первообразная ***k***-ого поколения:

$$F_k(\,C_n^k\, x^{n-k}) = \underset{k}{\iint} (C_n^k x^{n-k} \cdot \Delta x^k) = \frac{1}{C_n^k} \int_0^x (C_n^k x^{n-k} \cdot \Delta x^k) = x^{n-k} \cdot \int_0^x \Delta x^k = x^n.$$

## § 74 Два типа интервалов алгебраического интегрирования.

Вид совокупности частных приращений первого биноминального поколения от первообразной $F$ :

$$F = \frac{1}{n+1} \int_1^{n+1} [f(x_1,...,x_n) \cdot \Delta x_i\,]\,.$$

Величина этой совокупности (*первообразной*) ***зависит от*** :

**1**. *числа частных первообразных 1-го поколения исходной функции*,

**2**. $\Delta x_i$ – *величины приращения аргументов частных первообразных*.

Таким образом, в интегральной алгебре существует два вычислительных этапа, которые определяют конкретность числового результата алгебраического интегрирования.

*Первый этап* – запись символического вида первообразной в форме совокупности (суммирования, интегрирования) частных структурных приращений исходной функции. Символический вид искомой величины первообразной назовём «***неопределённым интегралом***»:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) = \overbrace{\frac{1}{n+1} \int_1^{n+1} (f \cdot \Delta x_i)}^{1-й..этап} = \overbrace{f(x_1,..., x_n) \cdot \int_0^b \Delta x}^{2-й...этап}\,.$$

*Второй этап* – определение конкретной величины первообразной функции путём подстановки в формулу неопределённого интеграла от исходной функции значения интервала приращения аргумента ($\Delta x = x - x_0$). Символическую форму вычисления конкретной величины *первообразного неопределённого интеграла* по заданной величине приращения аргумента назовём «***определённым интегралом***».

Так как в структурно-алгебраическом методе первообразная величина (функция) вычисляется по исходной формуле, как частного сечения любого разряда первообразной, то этап вычисления неопределённого интеграла от исходной функции (*первый этап*) отсутствует.

***Внимание*!** В структурно-алгебраическом методе интервал интегрирования аргумента *величина конечная*. В «интегральном исчислении» приращение аргумента так же − величина произвольная! Однако только при значениях приращения разрядов $\boldsymbol{\Delta x_i = x_i}$ частная первообразная функция тождественна величине произведения её частной мощности сечения на величину ***i***–го разряда. Это *фундаментальный гносеологический вывод* позволяет выйти на высший уровень познания принципов бытия материи.

Например, для степенной функции $f(x)=a^n$:

$$F(x)=\frac{1}{n+1}\int_{1}^{n+1}(a^{n}\cdot\Delta x)=a^{n}\cdot\int_{0}^{a}\Delta x=a^{n}\cdot\Delta x\Big|_{0}^{a}=a^{n}\cdot(a-0)=a^{n+1}.$$

Повторно отметим, что ***одно и то же актуально-конечное*** *значение приращения разряда* ($\Delta x_{интегр}$) первообразной функции (первообразного неопределённого интеграла) в «дифференциальном исчислении» *отображено противоположной абстракцией* ***нулём*** − символом ***отсутствия величины***, когда это значение аргумента идейно полагают бесконечно малой величиной ($\Delta x_{диф}\to 0$), а при вычислениях обнуляют. Однако: $\Delta x_{инт}\equiv\Delta x_{диф}.\neq 0$ и не $\to 0$

### § 75. Первообразная показательной функций.

**1**. *Мощность сечения показательной функции.*

Исходная функция $f(x)=a^{x}$ есть сечение первообразной функции $\dot{F}\,[f(x)]=f(x)=a^{x}=Const$ и не зависит от приращения аргумента.

**2**. *Первообразная показательной функции.*

Первообразная ($F=\dot{F}\cdot\widetilde{F}$) есть произведение её постоянной структурной части $\dot{F}=f(x)=a^{x}=Const.$ на величину её переменной структурной части ($\widetilde{F}$), которая зависит от величины изменения аргумента функции ($\widetilde{F}=a^{\Delta x}$). Тогда :

$$F(x)=f(x)\cdot\int a^{\Delta x}=a^{x}\cdot a^{\int_{0}^{b}\Delta x}=a^{x+\int_{0}^{b}\Delta x}.$$

**3**. *Структура первообразной функции при целочисленном аргументе* $\Delta x=(b-0)=\{1,2,3,\dots,k,\dots,x\}$.

3.**1** Первообразная показательной функции при $\Delta x=1-0=1$.

$$F(x)=\int(\dot{F}\cdot a^{\Delta x})=a^{x}\cdot\int_{0}^{1}a^{\Delta x}=a^{x+\int_{0}^{1}\Delta x}=a^{x+1}.$$

3.**2** Первообразная показательной функции при $\Delta x=k-0=k$.

$$F(x)=\int(\dot{F}\cdot a^{\Delta x})=a^{x}\cdot\int_{0}^{k}a^{\Delta x}=a^{x+\int_{0}^{k}\Delta x}=a^{x+k}.$$

### § 76. Первообразная логарифмической функции.

Вывод первообразной логарифмической функции $f(x)=\log_{a}x$ методом структурной алгебры (аргумент приведён к виду $x=a^{f(x)}$).

**1.** *Мощность сечения первообразной функции.*

Исходная функция $f(x)=\log_{a}x$ есть сечение первообразной $\dot{F}\,[f(x)]=f(x)=\log_{a}x=Const$ − постоянная структурная величина (постоянный множитель), которая не зависит от приращения аргумента.

**2.** *Первообразная логарифмической функции.*

Первообразная функция ($F=\dot{F}+\widetilde{F}$) есть совокупность постоянной структурной части (величины) $\dot{F}=f(x)=\log_{a}x=Const.$ и переменной части логарифма $\widetilde{F}$, которая зависит от величины аргумента функции ($\widetilde{F}=\log_{a}\Delta x=\log_{a}a^{\Delta f}$). Тогда :

$$F(x)=\dot{F}+\log_{a}\Delta x=\log_{a}a^{f(x)}+\log_{a}\int_{0}^{a^{\Delta f}}\Delta x=f(x)+\Delta f.$$

**3**. *Структура первообразной логарифмической функции.*

Интервал приращения аргумента выражен в показательной форме $\Delta x=a^{\Delta f}-0=\{a,\ a^{2},\ a^{3},\ \dots,\ a^{k},\ \dots,\ a^{f}\}$, $\Delta f=\{1,2,3,\dots,k,\dots,f\}$.

3.**1** Первообразная логарифмической функции при $\Delta x=a$, $\Delta f=1$.

$$F(x)=f(x)+\log_{a}\int_{0}^{a}\Delta x=f(x)+1.$$

3.**2** Первообразная функции при $\Delta x=a^{k}$, $\Delta f=k$.

$$F(x)=\log_{a}a^{f(x)}+\log_{a}\int_{0}^{a^{k}}\Delta x=f(x)+k.$$

3.**3** Первообразная функции при $\Delta x=a^{f}$, $\Delta f=f$.

$$F(x)=\log_{a}a^{f(x)}+\log_{a}\int_{0}^{a^{f}}\Delta x=2f.$$

**Л Е К Ц И Я 25**

# П Р И Л О Ж Е Н Е № 2

# ОСНОВЫ КВАНТОВЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ

**Начала дифференциальной и интегральной алгебры**

1992 г.

## П Р Е Д И С Л О В И Е

Познание - величайшая цель разума и смысл человеческой жизни. Человечеством пройден огромный путь в познании природы. Грандиозны успехи и достижения. Велики и бессмертны интеллектуальные свершения мыслителей и ученых всех эпох. Бурный процесс проникновения разума в тайны природы, продолжавшийся на протяжении последних трехсот лет, достигнув выдающихся результатов в самых сокровенных ее глубинах, на рубеже 70-х годов 20-го века резко оборвался. Принципиально новых знаний о фундаментальных свойствах материи в последние годы не получено. Тщетны попытки теоретиков подступиться к разгадке первоосновы бытия материи. Тайна материального единства мира остается не раскрытой.

Несомненно, что открытия новых свойств и явлений материи, на основе исследований частных форм материи, будут продолжаться. Но прорыва к пониманию сущности материи, посредством дальнейшего расширения наших знаний о частных проявлениях этой сущности, произойти не может. Проблема не в недостатке научно достоверного материала о свойствах и законах движения многообразных форм материи от микро до макроуровней организации, а в неправомерности концептуальных построений о качественных и количественных отношениях материального мира, в ошибках, внесенных в абстракции теоретических методов исследования.

Методологическая несовместимость методов ведения теоретических исследований в философии и математике, привела, как к несостоятельности современных философских течений выявить действительную картину мира с помощью аппарата математических абстракций, так и к укоренению в основаниях высшей математики ошибочных анти аналитических абстракций, приведших к возникновению проблемы мира экспериментального и мира математического. Не обладая собственным операционным аппаратом инструментальных абстракций, кроме вербально-понятийного, философия диалектического материализма исследует общие аспекты реальных причинно-следственных связей и количественно-качественных отношений природы, опираясь на достоверные факты естествознания. Объектом исследований и разработок высшей математики с конца 17 века становятся абстракции собственного аппарата количественных отношений. Структуры высшей математики создаются независимо от реального мира и его явлений. Высшая математика не обладает объективным методом выявления собственных ошибок и ложных положений в сфере формирования исходных абстракций. Она утратила связь с общенаучной объективно-аналитической методологией исследований. Лишила себя возможности творческого обновления, приобрела характер абстрактного искусства. Такое положение дел в наиважнейших отраслях теоретической формы научного знания, ответственных за обеспечение развития естественных наук и познания, стало сдерживающим фактором прорыва человечества на принципиально новый уровень знаний о сущности и законах развития материи.

Решить сверхзадачу постижения субстратной и субстанциональной основы материи, принципа ее самоорганизации и самодвижения, и тем самым, выйти на завершающий высший уровень познания фундаментальных начал (источников), причин и принципов бытия материи, возможно только с помощью эмпирически достоверных и теоретически эффективных математических и философских средств, соответствующих уровню поставленной задачи. Создание операционно-аналитического математического аппарата абстракций философии диалектического материализма, отвечающего требованиям объективного теоретического исследования действительности, должно стать центральной программой науки на ближайшие годы.

Новый эволюционный рывок в познании действительного мира будет совершен не в эксперименте, а на "кончике пера", посредством умственной деятельности человека. Это единственный путь элиминирования феноменального мира в его единстве и неразрывной связанности всех его форм и процессов. Задача колоссально трудная, но и достойная современного этапа человеческой цивилизации.

## Г Л А В А 1

## ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ И ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ НАУЧНЫХ АБСТРАКЦИЙ

### §1. Проблема отображения эмпирической действительности абстракциями математики.

Высшим достижением эмпирической формы научного познания является вывод о материальном единстве мира. Однако раскрыть сущность материального единства в эмпирических исследованиях невозможно в принципе. Общая, единая материальная сущность в исследованиях частных форм материи выступает в конкретных количественных и качественных причинно-следственных связях и отношениях

Поэтому постижение сущности материального единства составляет задачу теоретической формы объективных знаний. До сих пор никакие усилия и попытки свести установленные свойства и закономерности форм материи к единой основе их существования в теоретической форме успеха не имеют. Современный аппарат высшей математики, как инструментально-символический язык теоретических изысканий, не в состоянии отображать объективный физический статус количественных связей и качественных отношений в причинно-следственных процессах действительности.

Философия и математика каждая по отдельности обладает специфическими инструментальными средствами изучения действительности. Однако ни одна из них не обладает всей совокупной целостностью необходимых и достаточных теоретических инструментов исследования мира. Отсутствие между философией и математикой взаимодействия в согласовании и выработке единого объективно-аналитического инструментального языка теоретических исследований составляет источник и причину невозможности всеобъемлющего обобщения знаний о природе. Без решения этой проблемы фундаментальная наука обречена на застой.

Отсутствие адекватного соответствия инструментальных абстракций математического мышления их действительному физическому статусу привело к формированию в математике параллельных методов исчисления и символических форм. Когда количественные связи и отношения природы с известным физическим статусом, под воздействием логики идеализма были представлены в новых абстрактно-инструментальных формах математического мышления и были выражены новыми инструментально-символическими методами и формами счёта и исчисления. В высшей математике сформировано множество дисциплин и разделов, исследующих одни и те же физически статусные аспекты количественных отношений в разных инструментально-символических формах математического идеализма. Это выразилось в сложности, запутанности операционного аппарата и невозможности интерпретации содержательного смысла математических абстракций. Для преодоления кризиса естествознания в основание единого философско-математического метода познания природы должны быть положены принципы построения объективно-аналитических абстракций, которые строго соответствуют объективно существующим причинно-следственным связям и количественно-качественным отношениям материального мира и имеют всеобщий, универсальный характер.

### §2. Отображение связей и отношений количественных и качественных аспектов мира.

**1.** *Передача количественных отношений действительного мира в исходных абстракциях*.

Количественно сравнимы лишь собрания, совокупности и множества предметов, объектов и систем, обладающие одинаковыми качествами и свойствами. Количественное сравнение производится с помощью единиц измерения. Количество выражается числом:

$$a = \sum_{1}^{a} 1_a ,$$

где $1_a$ – условная единица счёта или измерения объектов, обладающих качеством или свойством $\boldsymbol{a}$.

Число есть количественная мера тех или иных качеств (свойств) предметов, но самих качеств или свойств оно не выражает. Наделение чисел свойством отрицательности, мнимости, комплексности и другими качествами противоречит определению числа и является не грамотным применением понятия числа.

К математическим действиям относятся только действия сложения и вычитания. Знаки (+) и (−) относятся к действиям над количествами и не являются принадлежностью чисел.

**2**. *Передача качественных отношений и связей действительного мира в исходных абстракциях*.

Под качественными отношениями будем понимать формы устойчивой организации количественной связи и взаимоотношений между уровнями причинно-следственной структурной иерархии объекта или процесса Количественная связь между качественно неоднородными уровнями (разрядам) в структурной организации объекта отражаются абстракцией произведения. Если $a_1$, $a_2$ ,...,$a_k$ независимые количественные значения *структурных уровней качества* некоторой совокупности, то их произведение определяет совокупное состояние объекта или системы:

$$c = \Pi_1^k (a_i) = a_k \cdot \ldots \cdot a_i \cdot \ldots \cdot a_1 .$$

Операции умножения и деления позволяют переходить от одной совокупной структуры взаимных связей и отношений уровней к другой. Операция «*умножение*» означает присоединение новых уровней иерархии объекта, переход к более общей и широкой организации взаимных связей и взаимоотношений уровней объекта. Операция «*деление*» означает переход к более узкой совокупности качественных отношений разрядов, переход к отдельным дифференциальным структурам объекта:

$$b = c : a_k = a_{k-1} \cdot \ldots \cdot a_i \cdot \ldots \cdot a_1 .$$

Операция деления раскрывает структуру и качества отдельных уровней иерархии совокупности и их элементов.

Однако необходимо отличать умножение и деление как инструментальные абстракции нерасторжимой физической связи и отношений всех форм и всех уровней иерархии материи, как инструментальные абстракции философско-физического толка, от действия умножения и деления как способов вычисления количественных аспектов *математических величин*.

**3**. Таким образом, исходными, элементарными абстракциями для отражения качественных и количественных отношений действительность служат операции сложения, вычитания, умножения и деления. Любая форма материальной организации может быть представлена с помощью единых количественно-качественных абстракций. Если совокупность качественно-количественных отношений элементов структурной организации объекта устойчива и изменению подвержены только количественные значения элементов качества, то единой количественно-качественной абстракцией нового состояния объекта будет абстракция вида:

$$c \pm \Delta c = (a_1 \pm \Delta a_1) \cdot (a_2 \pm \Delta a_2) \cdot \ldots \cdot (a_k \pm \Delta a_k)\,.$$

Снижение степени структурной иерархии объекта означает исчезновения комплекса качеств связанных с исчезновением части качественных и количественных связей у оставшихся уровней объекта. Теоретической основой квантового анализа и квантовых исчислений является признание факта квантуемости качеств форм матери, как однородных единиц количественного их счёта и измерения. Дискретно-квантовая (актуально-конечная) форма организации и движения материи обуславливает существование элементарных форм материи, образующих то или качество (свойство).

Всегда существуют минимальная структурно-уровневая организация формы материи, с разрушением которой, то или иное материальное качество у материального объекта исчезает или исчезает сам объект. Элементарные кванты качества выступают в роли меры количества объектов с этими качествами. Величины, выражающие количественные аспекты форм материи с теми или иными качествами и свойствами есть величины целочисленные и конечные. Идеалистическая абстракция бесконечной малости счётного количества противоречит объективным данным естествознания.

# Г Л А В А 2

# НАЧАЛА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ АЛГЕБРЫ.

## §3. Физический статус понятий структурно-алгебраического способа исчисления актуально-конечных величин.

Функция, как математическое понятие, выражает порядок следования структурных уровней (разрядов) в иерархии совокупной величины (её организацию), который в символическом виде отображается формулой связи величины разрядов друг с другом.

Под аргументом функции будем понимать любой разряд (уровень) структурной иерархии функции, количественное значение которого мыслится в качестве переменной величины.

Каковыми бы ни были изменения количественных значений разрядов (аргументов) функции, совокупная структурная организация связи разрядов, воплощающая собой модель количественных изменений объекта счёта, остается неизменной. Свойство сохранения структуры связи и отношений разрядов (аргументов) в неизменном виде при изменении величины разрядов (приращении аргументов) есть физически-статусное основание структурно-алгебраического метода исчисления количеств.

Сущность вычислительных приемов структурно-алгебраического метода изложим на примере исследования функции с двумя независимыми измерениями (разрядами). Для наглядности приведена графическая модель функции и ее приращений (рис. 1). Излагаемый метод является единым для исследования количественных изменений любых функций, заданных аналитически.

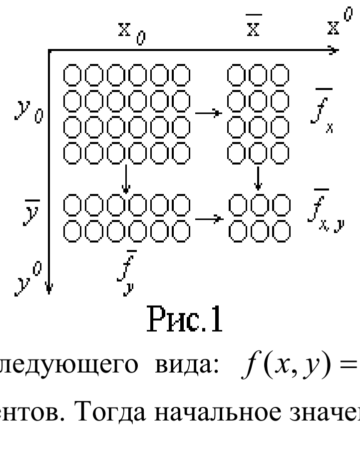


Рис.1

Пусть имеем функцию $f(x, y)$ следующего вида: $f(x, y) = x \cdot y$ и $x_0, y_0$ - начальные значения аргументов, а $\bar{x}, \bar{y}$ - приращения аргументов. Тогда начальное значение функции будет: $f(x, y) = x_0 \cdot y_0$, а новое значение функции:

$$f(x, y) = (x_0 + \bar{x}) \cdot (y_0 + \bar{y})\,.$$

Определим новое значение функции, не прибегая к алгебраическому перемножению скобок.

Существенным структурным свойством функции двух переменных является наличие двух разрядов изменения величины функции, которые являются её аргументами (разрядами). Величины приращения аргументов функции так же не зависят друг от друга. Поэтому при любых значениях приращения обеих разрядов (аргументов) структурная фигура связи разрядов функции остаётся неизменной. Определим частные приращения функции от приращения её разрядов.

Для начала необходимо найти мощность сечения функции относительно начальных значений её разрядов.

По измерению X: $\dot{f}_x = f_0 / x_0 = x_0 \cdot y_0 / x_0 = y_0$.

По измерению Y: $\dot{f}_y = f_0 / y_0 = x_0$.

Тогда приращения функции по измерениям X и Y соответственно составят:

$$\bar{f}_x = \dot{f}_x \cdot \bar{x} = y_0 \cdot \bar{x} \quad \text{и}$$

$$\bar{f}_y = \dot{f}_y \cdot \bar{y} = x_0 \cdot \bar{y}.$$

Очевидно, что количество частных приращений первого поколения равно количеству независимых переменных измерений функции. В данном случае имеем два частных приращения первого поколения. Полное приращение первого поколения:

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_x + \bar{f}_y = y_0 \cdot \bar{x} + x_0 \cdot \bar{y}.$$

Приращения второго поколения структурно вырастают на приращениях первого поколения (рис.1). Определим частные мощности сечения и частные приращения функции во втором поколении.

По измерению X: мощность сечения функции – $\ddot{f}_x = \bar{f}_y / x_0 = \bar{y}$,

приращение функции – $\bar{f}_{yx} = \ddot{f}_x \cdot \bar{x} = \bar{y} \cdot \bar{x}$.

По измерению У: мощность сечения функции – $\ddot{f}_y = \bar{f}_x / y_0 = \bar{x}$,

приращение функции – $\bar{f}_{xy} = \ddot{f}_y \cdot \bar{y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$.

Полное приращение второго поколения:

$$\bar{f}_{x,y} = (\bar{f}_{yx} + \bar{f}_{xy}) : 2.$$

Обратим внимание на закономерности формирования числа частных приращений функции в каждом её поколении. На каждом частном приращении в последующем поколении образуется на одно частное приращение меньше. В общем случае, если $n$ - количество аргументов функции, то количество частных приращений в $k$-ом поколении равно:

$$A_n^k = n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1).$$

При этом количество повторений каждого частного приращения в $k$-ом поколении равно $k!$. Поэтому количество частных приращений без повторений в $k$-ом поколении соответствует величине биноминального коэффициента:

$$C_n^k = A_n^k / k! = \frac{n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot k}.$$

Суммируя к начальному значению функции величины частных приращений всех поколений, получим новое значение функции:

$$f(x,y) = f_0 + \bar{f}_x + \bar{f}_y + \bar{f}_{x,y} = x_0 \cdot y_0 + y_0 \cdot \bar{x} + x_0 \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot \bar{y}.$$

Здесь показан случай *универсальной функции двух переменных*, когда количественные значения разрядов и их приращений (аргументов) не совпадают численно. Мы получили такой же результат, который получают в современном математическом анализе в разделе дифференцирование и интегрирование функций нескольких аргументов с помощью понятий - частные производные, частный дифференциал, полный дифференциал.

В природе и практике человеческой деятельности широкое распространение имеют функции нескольких независимых аргументов, величина и приращения которых всегда одинаковы. Такие зависимости выражают в форме степенной функции. В обозначении, принятом для степенной функции $y(x) = x^n$, неудачно выражено количество переменных величин. Независимо от показателя степени подразумевается, что степенная функция имеет один аргумент – $\boldsymbol{x}$. Такая символическая форма не отражает практическое число переменных измерений (аргументов, разрядов) функции. Это её недочёт. Пользуясь в дальнейшем общепринятым обозначением степенной функции, будем иметь в виду, что количество переменных разрядов равно показателю степени, но при этом нумерационные значения величины разрядов совпадают во всем интервале их изменения.

Рассмотрим случай универсальной функции двух разрядов, когда нумерационные (числовые) значения разрядов и их приращения равны друг другу во всем интервале назначаемых им конечных величин:

$x = y$, $\bar{x} = \bar{y}$, $f(x,y) = x^2$. При этом условии, новое значение функции примет вид:

$$f(x,y) = f_0 + \bar{f}_1 + \bar{f}_2 = f_0 + 2\dot{f}\cdot\bar{x} + \ddot{f}\cdot\bar{x} = x^2 + 2x\cdot\bar{x} + \bar{x}^2 .$$

**§4. Приращения универсальной функции трех аргументов.**

Функция трёх аргументов имеет следующий структурный вид:

$$f(a,b,c) = a\cdot b\cdot c .$$

Пусть $a_0, b_0, c_0$ - начальные значения разрядов, $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ - значения аргументов (приращения разрядов). Число аргументов (разрядов) функции $n$=3, поэтому имеем три частных приращения функции в первом поколении. Определим частные мощности сечений и частные приращения первого поколения.

По разряду ***a***: $\dot{f}_a = f_0 / a_0 = b_0\cdot c_0$, $\bar{f}_a = \dot{f}_a\cdot\bar{a} = b_0\cdot c_0\cdot\bar{a}$.

По разряду ***b***: $\dot{f}_b = f_0 / b_0 = a_0\cdot c_0$, $\bar{f}_b = \dot{f}_b\cdot\bar{b} = a_0\cdot c_0\cdot\bar{b}$.

По разряду ***c***: $\dot{f}_c = f_0 / c_0 = a_0\cdot b_0$, $\bar{f}_c = \dot{f}_c\cdot\bar{c} = a_0\cdot b_0\cdot\bar{c}$.

Полная мощность сечения и полное приращение функции в первом поколении:

$$\dot{f}_1 = \dot{f}_a + \dot{f}_b + \dot{f}_c = b_0\cdot c_0 + a_0\cdot c_0 + a_0\cdot b_0 ,$$

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_a + \bar{f}_b + \bar{f}_c = b_0\cdot c_0\cdot\bar{a} + a_0\cdot c_0\cdot\bar{b} + a_0\cdot b_0\cdot\bar{c} .$$

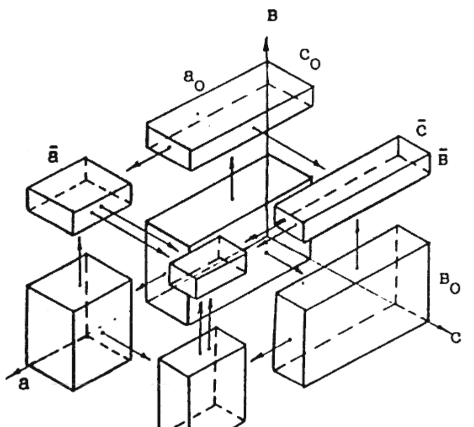


**Рис. 2**

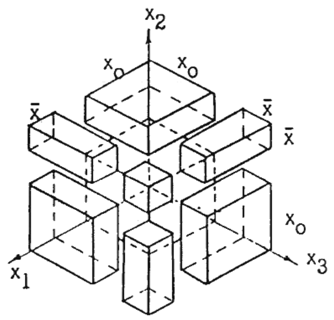


**Рис. 3**

У каждого частного приращения первого поколения имеется только два разряда, которые не имеют приращений своих аргументов. У частного приращения (ч.п) $\bar{f}_a = b_0 c_0 \bar{a}$ не реализованы приращения по аргументам разрядов $b$ и $c$. У ч.п. $\bar{f}_b = a_0 c_0 \bar{b}$ по аргументам разрядов $a$, $c$. У ч.п. $\bar{f}_c = a_0 b_0 \bar{c}$ по аргументам разрядов $a$, $b$. Общее количество частных приращений второго поколения будет $n(n-1)$ =6.

Коэффициент повторения 2!. Количество частных приращений без повторений во втором поколении функции трех переменных измерений (разрядов) определяется биноминальным коэффициентом $C_3^2$ =3.

Частные сечения и приращения функции во втором поколении.

По ***a***: $\ddot{f}_{ba} = \bar{f}_b / a_0 = (a_0\cdot c_0\cdot\bar{b}) / a_0 = c_0\cdot\bar{b}$, $\bar{f}_{ba} = \ddot{f}_{ba}\cdot\bar{a} = c_0\cdot\bar{b}\cdot\bar{a}$,

$\ddot{f}_{ca} = \bar{f}_c / a_0 = (a_0\cdot b_0\cdot\bar{c}) / a_0 = b_0\cdot\bar{c}$, $\bar{f}_{ca} = \ddot{f}_{ca}\cdot\bar{a} = b_0\cdot\bar{c}\cdot\bar{a}$.

По ***b***: $\ddot{f}_{ab} = \bar{f}_a / b_0 = (b_0\cdot c_0\cdot\bar{a}) / b_0 = c_0\cdot\bar{a}$, $\bar{f}_{ab} = \ddot{f}_{ab}\cdot\bar{b} = c_0\cdot\bar{a}\cdot\bar{b}$,

$\ddot{f}_{cb} = \bar{f}_c / b_0 = (a_0\cdot b_0\cdot\bar{c}) / b_0 = a_0\cdot\bar{c}$, $\bar{f}_{cb} = \ddot{f}_{cb}\cdot\bar{b} = a_0\cdot\bar{c}\cdot\bar{b}$.

По ***c***: $\ddot{f}_{ac} = \bar{f}_a / c_0 = (b_0\cdot c_0\cdot\bar{a}) / c_0 = b_0\cdot\bar{a}$, $\bar{f}_{ac} = \ddot{f}_{ac}\cdot\bar{c} = b_0\cdot\bar{a}\cdot\bar{c}$,

$\ddot{f}_{bc} = \bar{f}_b / c_0 = (a_0\cdot c_0\cdot\bar{b}) / c_0 = a_0\cdot\bar{b}$, $\bar{f}_{bc} = \ddot{f}_{bc}\cdot\bar{c} = a_0\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}$.

Полное приращение функции во втором поколении составит:

$$\bar{f}_2 = \bar{f}_{a,b} + \bar{f}_{b,c} + \bar{f}_{a,c} = c_0\cdot\bar{a}\cdot\bar{b} + a_0\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + b_0\cdot\bar{a}\cdot\bar{c} ,$$

где $\bar{f}_{a,b} = (\bar{f}_{ba} + \bar{f}_{ab})/2$, $\bar{f}_{b,c} = (\bar{f}_{cb} + \bar{f}_{bc})/2$, $\bar{f}_{a,c} = (\bar{f}_{ca} + \bar{f}_{ac})/2$.

Приращения функции третьего поколения образуются на частных приращениях второго поколения. Общее количество частных приращений в третьем поколении определяется по формуле: $n(n-1)\cdot(n-2)$ =3·2·1=6. Коэффициент повторения равен 3!. Следовательно, у функции в третьем поколении существует одно частное приращение без повторений. Определим частные мощности и частные приращения функции в третьем поколении.

По измерению ***a***: $\dddot{f}_{cba} = \bar{f}_{cb} / a_0 = \bar{c} \cdot \bar{b}$ ,  $\bar{f}_{cba} = \dddot{f}_{cba} \cdot \bar{a} = \bar{c} \cdot \bar{b} \cdot \bar{a}$ ,

$\dddot{f}_{bca} = \bar{f}_{bc} / a_0 = \bar{b} \cdot \bar{c}$ ,  $\bar{f}_{bca} = \dddot{f}_{bca} \cdot \bar{a} = \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{a}$ .

По измерению ***b***: $\dddot{f}_{cab} = \bar{f}_{ca} / b_0 = \bar{c} \cdot \bar{a}$ ,  $\bar{f}_{cab} = \dddot{f}_{cab} \cdot \bar{b} = \bar{c} \cdot \bar{a} \cdot \bar{b}$ ,

$\dddot{f}_{acb} = \bar{f}_{ac} / b_0 = \bar{a} \cdot \bar{c}$ ,  $\bar{f}_{acb} = \dddot{f}_{acb} \cdot \bar{b} = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \bar{b}$ .

По измерению ***c***: $\dddot{f}_{abc} = \bar{f}_{ab} / c_0 = \bar{a} \cdot \bar{b}$ ,  $\bar{f}_{abc} = \dddot{f}_{abc} \cdot \bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$ ,

$\dddot{f}_{bac} = \bar{f}_{ba} / c_0 = \bar{b} \cdot \bar{a}$ ,  $\bar{f}_{bac} = \dddot{f}_{bac} \cdot \bar{c} = \bar{b} \cdot \bar{a} \cdot \bar{c}$ .

Полное приращение функции в третьем поколении составит:

$$\bar{f}_3 = \bar{f}_{a,b,c} = (\bar{f}_{cba} + \bar{f}_{bca} + \bar{f}_{cab} + \bar{f}_{acb} + \bar{f}_{abc} + \bar{f}_{bac}) : 3! = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} .$$

Новое значение функции:

$$f(a,b,c) = (a_0 + \bar{a}) \cdot (b_0 + \bar{b}) \cdot (c_0 + \bar{c}) = f_0 + \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 =$$

$$= a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 + (b_0 \cdot c_0 \cdot \bar{a} + a_0 \cdot c_0 \cdot \bar{b} + a_0 \cdot b_0 \cdot \bar{c}) + (c_0 \cdot \bar{a} \cdot \bar{b} + a_0 \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + b_0 \cdot \bar{a} \cdot \bar{c}) + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} .$$

Здесь представлен общий случай вычисления нового значения функции трех переменных величин, когда значения разрядов и их приращения (аргументы) имеют разные численные значения (рис. 2).

Рассмотрим частный случай универсальной функции трех переменных, когда разряды, отдельно, и аргументы, отдельно, принимают одинаковые значения во всем интервале их изменения. Тогда:

$$a = b = c = x ,\ a_0 = b_0 = c_0 = x_0 ,\ \bar{a} = \bar{b} = \bar{c} = \bar{x}$$

и универсальная функция приобретает структуру степенной функции:

$$f(a,b,c) = a \cdot b \cdot c = x^3 .$$

В этом случае, в каждом поколении, величины частных приращений поколения функции равны. Новое значение функции примет вид:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_0 + \bar{x})^3 =$$

$$= x_0^3 + \frac{n}{1} \cdot x_0^2 \cdot \bar{x} + \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot x_0^1 \cdot \bar{x}^2 + \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \bar{x}^3 = x_0^3 + 3x_0^2\bar{x} + 3x_0\bar{x}^2 + \bar{x}^3 .$$

Графическое изображение степенной функции и её приращений приведено на рис. 3.

**§5. Приращения универсальной функции с произвольным числом аргументов.**

Исследованию подлежат количественные аспекты функции вида:

$$f(x_1, x_2, ..., x_a, ..., x_c, ..., x_n) = x_n \cdot ... \cdot x_2 \cdot x_1 .$$

с произвольным количеством разрядов (аргументов) равным *n*. Пусть $x_1, x_2, ..., x_n$ - начальные значения разрядов, $\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n$ - аргументы (приращения разрядов). Вычислим *частные мощности сечений* в произвольном разряде ***c*** и *частные приращения поколений функции* по аргументу $\bar{x}_c$, а также полные приращения функции во всех поколениях. Частную мощность сечения *k*-ого поколения обозначим $\dot{f}_{\underbrace{12...bac}_{k}}$ или ${}_{ч}\dot{f}^{(k)}$. Частное приращение $\bar{f}_{\underbrace{1,2,...,b,a,c}_{k}}$ - для конкретного аргумента, и ${}_{ч}\bar{f}_k$ - для обобщающего его обозначения.

1. *Частная мощность сечения и частное приращение разряда* ***c*** *в первом поколении функции*:

$${}_{ч}\dot{f}^{(1)} = \dot{f}_c = f_0 / x_c , \qquad {}_{ч}\bar{f}_1 = \bar{f}_c = \dot{f}_c \cdot \bar{x}_c = \frac{f_0 \cdot \bar{x}_c}{x_c} .$$

Общее количество частных приращений первого поколения равно n. Коэффициент повторения сочетаний аргументов в структуре величины мощности сечения и в структуре частного приращения функции для первого поколения равен единице. Полное приращение первого поколения функции:

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_{x_1} + ... + \bar{f}_{x_c} + ... + \bar{f}_{x_n} = \sum_1^n {}_{ч}\bar{f}_1 = \sum_1^n (\dot{f}_c \cdot \bar{x}_c) = \sum_1^n [(f_0 / x_c) \cdot \bar{x}_c] .$$

2. *Частные мощности сечения и частные приращения второго поколения функции*. Одно и то же частное приращение второго поколения в символической форме формируется 2-а раза:

$$\ddot{f}_{ca} = \bar{f}_c / x_a , \qquad \bar{f}_{ca} = \ddot{f}_{ca} \cdot \bar{x}_a = \frac{f_0 \cdot \bar{x}_c \cdot \bar{x}_a}{x_c \cdot x_a} .$$

$$\ddot{f}_{ac} = \bar{f}_a / x_c\,, \qquad \bar{f}_{ac} = \ddot{f}_{ac} \cdot \bar{x}_c = \frac{f_0 \cdot \bar{x}_a \cdot \bar{x}_c}{x_a \cdot x_c}.$$

Общее количество частных приращений во втором поколении равно: $n(n\text{-}1)$. Коэффициент повторения сочетания аргументов с разным порядком их расположения в структуре частного приращения функции равен 2 (двух разовое символ формирование). Полное приращение:

$$\bar{f}_2 = (\sum_1^{n(n-1)} {}_{ч}\bar{f}_2) : 2! = \sum_1^{\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}} {}_{ч}\bar{f}_2 = \sum_1^{C_m^2} {}_{ч}\bar{f}_2 = \sum_1^{C_m^2} (\ddot{f}_{ca} \cdot \bar{x}_a)\,.$$

3. *Частное сечение и приращение в произвольном поколении k*:

$${}_{ч}\dot{f}^{(k)}_{\underbrace{1,2,\dots,b,a,c}_{k}} = {}_{ч}\bar{f}_{\underbrace{1,2\dots,b,a}_{k-1}} / x_c = \frac{f_0 \cdot \bar{x}_1 \cdot \ldots \cdot \bar{x}_a}{x_1 \cdot \ldots \cdot x_a \cdot x_c}\,,$$

$${}_{ч}\bar{f}_{\underbrace{1,2,\dots,b,a,c}_{k}} = {}_{ч}\dot{f}^{(k)}_{\underbrace{1,2,\dots,b,a,c}_{k}} \cdot \bar{x}_c = \frac{f_0 \cdot \bar{x}_1 \cdot \ldots \cdot \bar{x}_a \cdot \bar{x}_c}{x_1 \cdot \ldots \cdot x_a \cdot x_c}\,.$$

Общее количество частных приращений в $k$-ом поколении равно: $n(n\text{-}1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$. Коэффициент повторения сочетания аргументов с разным порядком их расположения в структуре величины частного приращения функции равен $k$. Полное приращение $k$-ого поколения:

$$\bar{f}_k = \sum_1^{\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{n-k+1}{k}} {}_{ч}\bar{f}_k = \sum_1^{C_n^k} {}_{ч}\bar{f}_{\underbrace{1,2,\dots b,a,c}_{k}}\,.$$

4. *Новое значение функции* есть сумма начального её значения и приращений всех поколений:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1 + \bar{x}_1)\cdot(x_2 + \bar{x}_2)\cdot\ldots\cdot(x_n + \bar{x}_n) =$$

$$= f_0 + \sum_1^{n/1} {}_{ч}\bar{f}_1 + \sum_1^{n(n-1)/2!} {}_{ч}\bar{f}_2 + \ldots + \sum_1^{n!/n!} {}_{ч}\bar{f}_n = f_0 + \sum_1^{C_n^1} {}_{ч}\bar{f}_1 + \sum_1^{C_n^2} {}_{ч}\bar{f}_2 + \ldots + \sum_1^{C_n^n} {}_{ч}\bar{f}_n\,.$$

Рассмотрим частный случай, когда разряды и их аргументы (приращения разрядов) принимают равные нумерационные значения во всем интервале своих изменений. Тогда универсальная функция обретает степенную структуру: $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_n \cdot \ldots \cdot x_2 \cdot x_1 = x^n$. При этом условии величины частных приращений одинаковых поколений будут равными ($\bar{x}_1 = \bar{x}_2 =,\dots,= \bar{x}_n = \bar{x}$). Новое значение структуры величины функции примет следующий символический вид (где ${}_{пмс}\dot{f}^{(k)}$ - полная мощность сечения $k$-ого поколения):

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x + \bar{x})^n = f_0 + {}_{пмс}\dot{f}^{(2)}\bar{x} + {}_{пмс}\dot{f}^{(3)}\bar{x} + \ldots + {}_{пмс}\dot{f}^{(n)}\bar{x} =$$

$$= x^n + \frac{n}{1}x^{n-1}\cdot\bar{x} + \frac{n}{1}\frac{n-1}{2}x^{n-2}\cdot\bar{x}^2 + \frac{n}{1}\frac{n-1}{2}\frac{n-2}{3}x^{n-3}\cdot\bar{x}^3 + \ldots + \frac{n!}{n!}x^0\cdot\bar{x}^n =$$

$$= C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1}\bar{x} + C_n^2 x^{n-2}\bar{x}^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k}\bar{x}^k + \ldots + C_n^n \bar{x}^n\,.$$

Определим количество частных структур функции, получаемых по методу структурно-алгебраических приращений. Каждый ***би-разряд*** имеет два значения своей величины (начальное значение разряда и его приращение-аргумент; например: $x_c, \bar{x}_c$). Число би-разрядов $n$. Общее число дифференциальных структур:

$$(1+1)^n = 2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^k + \ldots + C_n^n\,.$$

**§6. Величина относительного изменения степенной функции.**

Разделив новое значение функции на ее начальное значение, получим величину относительного изменения функции. Относительная величина безразмерна и выражается числом.

Найдем аналитическое выражение относительного изменения значения функции для случая степенной зависимости.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x + \bar{x})^n = [x(1 + \bar{x}/x)]^n = x^n(1 + \bar{x}/x)^n\,.$$

$$f(x + \bar{x}) / f_0(x) = [x^n(1 + \bar{x}/x)^n] : x^n = (1 + \bar{x}/x)^n =$$

$$= 1 + C_n^1 \cdot \bar{x}/x + C_n^2 \cdot \bar{x}^2/x^2 + \ldots + C_n^k \cdot \bar{x}^k/x^k + \ldots + C_n^n \cdot \bar{x}^n/x^n\,.$$

Определим относительное изменение величины степенной функции, когда величина полного приращения первого поколения равна величине начального значения функции ($f_0 = \bar{f}_1$). Тогда $x_0^n = n \cdot x_0^{n-1} \cdot \bar{x}$, откуда $\bar{x}/x_0 = 1/n$, и, следовательно:

$$f / f_0 = (1 + 1/n)^n = 1 + 1 + C_n^2/n^2 + \ldots + C_n^k/n^k + \ldots + C_n^n/n^n\,.$$

Особый теоретический и практический интерес представляет закон относительного изменения физической величины в случае, когда частные приращения поколений и приращения аргументов в поколениях подчиняются следующим условиям:

$$
\begin{array}{lll}
{}_{ч}\bar{f}_1 = f_0 / n, & \text{тогда } \bar{x}_1 = x_0 / n, & \text{откуда } \bar{f}_1 = f_0 / 1, \\
{}_{ч}\bar{f}_2 = \bar{f}_1 / (n-1), & \text{тогда } \bar{x}_2 = x_0 / (n-1), & \bar{f}_2 = f_0 / 2!, \\
{}_{ч}\bar{f}_k = \bar{f}_{k-1} / (n-k+1), & \text{тогда } \bar{x}_k = x_0 / (n-k+1), & \bar{f}_k = f_0 / k!, \\
{}_{ч}\bar{f}_n = \bar{f}_{n-1} / (n-n+1), & \text{тогда } \bar{x}_n = x_0 / 1, & \bar{f}_k = f_0 / n!,
\end{array}
$$

где $\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n$ - приращения аргументов в 1-ом, 2-ом,..., $n$-ом поколении. При этом условии значение функции будет следующим:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = f_0 + f_0 / 1 + f_0 / 2! + f_0 / 3! + ... + f_0 / n!.$$

Относительное изменение величины функции $f(x_1, x_2, ..., x_n)$:

$$f / f_0 = 1 + 1 + 1/2! + 1/3! + ... + 1/k! + ... + 1/n!.$$

**Л Е К Ц И Я 26**

## Г Л А В А 3

## СИМВОЛИЧЕСКИЕ ФОРМЫ УНИВЕРСАЛЬНОЙ СВЯЗИ РАЗРЯДОВ СОВОКУПНОСТИ. ФИЛОСОФСКИЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ

### §7. Основные формы гомологической связи разрядов.

**А**. Гомологические приращения универсального бинома в дифференциальной алгебре.

**1**. Для случая, когда $x_1 \neq x_2 \neq ... \neq x_n$, $\bar{x}_1 \neq \bar{x}_2 \neq ... \neq \bar{x}_n$.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = (x_1 + \bar{x}_1) \cdot (x_2 + \bar{x}_2) \cdot ... \cdot (x_n + \bar{x}_n) = = f_0 + \sum_{1}^{n/1!} {}_{ч}\bar{f}_1 + \sum_{1}^{n(n-1)/2!} {}_{ч}\bar{f}_2 + ... + \sum_{1}^{n!/n!} {}_{ч}\bar{f}_n =$$

$$= f_0 + \sum_{1}^{C_n^1} {}_{ч}\bar{f}_1 + \sum_{1}^{C_n^2} {}_{ч}\bar{f}_2 + ... + \sum_{1}^{C_n^n} {}_{ч}\bar{f}_n .$$

**2**. Для случая, когда $x_1 =, ..., = x_n = x$, $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 =, ..., = \bar{x}_n = \bar{x}$.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = (x + \bar{x})^n = x^n + \frac{n}{1} x^{n-1} \cdot \bar{x} + \frac{n}{1}\frac{n-1}{2} x^{n-2} \cdot \bar{x}^2 + \frac{n}{1}\frac{n-1}{2}\frac{n-2}{3} x^{n-3} \cdot \bar{x}^3 + ... + \frac{n!}{n!} \cdot \bar{x}^n =$$

$$= x^n + C_n^1 x^{n-1} \bar{x} + C_n^2 x^{n-2} \bar{x}^2 + ... + C_n^k x^{n-k} \bar{x}^k + ... + \bar{x}^n .$$

**Б**. Форма Тейлора (здесь $\bar{x} = x - a$).

$$f(x) = f(a) + f'(a) \cdot (x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + ... \; .$$

Формула Тейлора применима только для случая равенства величин всех аргументов и их приращений во всём интервале их изменения, когда $x_1 = x_2 =, ..., = x_n = x$ и $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 =, ..., = \bar{x}_n = \bar{x}$.

**В**. Алгебраическая форма (бином Ньютона).

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + b^n .$$

**Г.** Форма многочлена $n$-й степени.

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n , \; a_n \neq 0 .$$

### §8. Объективно-аналитические основы структурного метода.

Существенные моменты метода структурных приращений в дифференциальной алгебре.

**1**. Отсутствуют ограничения на величину приращений аргументов в рамках неизменной структурной фигуры связи разрядов величины. Идея-требование бесконечной малости для величины приращений аргумента бессмысленна и противоречит физическому статусу актуально-конечных количественных аспектов действительного мира. Приращение разряда может быть любой конечной величины.

**2**. Мощности сечения функции (частные и полная) определяются алгебраическим способом. Применение пределов есть умозрительная инструментальная натяжка абстрактно-логического способа мышления. Этот приём высшей математики плод идеалистического мышления. Частные приращения функции линейно зависимы от соответствующих приращений аргументов.

**3**. Функция и все её дифференциальные приращения подчинены количественной иерархи структуры связи и отношений её разрядов (аргументов). По аналитическому выражению любого члена дифференциальной суммы можно определить как саму функцию, так и любой другой член дифференциальной суммы. Свойство гомологии структурных частей функции является основой решения дифференциальных уравнений.

**4**. Гомологическая форма записи частных и полных приращений универсального бинома есть универсальная математическая форма отображения структуры количественных изменений совокупной величины. Любые другие символические формы количественной связи и отношений разрядов и аргументов величины являются частными случаями универсальной формы.

**§9. Философия аспектов вычисления метода производных.**

Материал параграфа использован при написании «ТЕМА 6. настоящего курса лекций.

## Г Л А В А 4

## ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ СТРУКТУРНОЙ АЛГЕБРЫ

### §10. Частные формы универсального бинома.

**1.** Пусть имеем случай $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = x$, $\overline{x}_1 \neq \overline{x}_2 \neq \ldots \neq \overline{x}_n$. Тогда универсальная форма бинома примет вид:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (x + \overline{x}_1)\cdot(x + \overline{x}_2)\cdot\ldots\cdot(x + \overline{x}_n) =$$

$$= x^n + x^{n-1}(\frac{n}{1}\overline{x}_1) + x^{n-2}(\frac{n-1}{2}\overline{x}_2\,\frac{n}{1}\overline{x}_1) + x^{n-3}(\frac{n-2}{3}\overline{x}_3\,\frac{n-1}{2}\overline{x}_2\,\frac{n}{1}\overline{x}_1) + \ldots +$$

$$+ x^{n-k} + (\frac{n-k+1}{k}\overline{x}_k\cdot\ldots\cdot\frac{n-1}{2}\overline{x}_2\,\frac{n}{1}\,\overline{x}_1) + \ldots + x(\frac{2}{n-1}\,\overline{x}_{n-1}\cdot\ldots\cdot\frac{n}{1}\overline{x}_1) + \overline{x}_n \ldots \overline{x}_2\overline{x}_1 =$$

$$= x^n + x^{n-1}(\sum_1^{C_n^1}\overline{x}_i) + x^{n-2}(\sum_1^{C_n^2}\overline{x}_j\overline{x}_i) + \ldots + x^{n-k}(\sum_1^{C_n^k}\underbrace{\overline{x}_g \ldots \overline{x}_j\overline{x}_i}_{k}) + \ldots + \overline{x}_n \ldots \overline{x}_2\overline{x}_1.$$

Введем следующие обозначения (корни теоремы Виета):

$$a_1 = \sum_1^{C_n^1}\overline{x}_i = \overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \ldots + \overline{x}_n,\ \ a_2 = \sum_1^{C_n^2}\overline{x}_j\overline{x}_i = \overline{x}_2\overline{x}_1 + \overline{x}_3\overline{x}_1 + \ldots + \overline{x}_n\overline{x}_{n-1}, \ldots,\ \ a_n = \overline{x}_n \ldots \overline{x}_2\overline{x}_1.$$

В новых обозначениях бином универсальной связи разрядов приобретает форму ***моно-многочлена n-й степени*** *относительно* ***исходного*** *нумерационного* (числового) ***равенства разрядов***:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n,\ \ a_n \neq 0.$$

**2.** Пусть имеем случай $x_1 \neq x_2 \neq \ldots \neq x_n$, $\overline{x}_1 = \overline{x}_2 = \ldots = \overline{x}_n = \overline{x}$. Тогда универсальный бином примет вид:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (x_1 + \overline{x})\cdot(x_2 + \overline{x})\cdot\ldots\cdot(x_n + \overline{x}) =$$

$$= x_n \ldots x_2x_1 + x_{n-1} \ldots x_2x_1\cdot(\frac{n}{1}\,\overline{x}\,) + x_{n-2} \ldots x_2x_1\cdot(\frac{n-1}{2}\frac{n}{1}\,\overline{x}^2\,) + \ldots +$$

$$+ x_j\cdot x_i\,(\frac{3}{n-2}\ldots\frac{n-2}{3}\,\frac{n-1}{2}\,\frac{n}{1}\,\overline{x}^{n-2}) + x_i(\frac{2}{n-1}\ldots\frac{n-1}{2}\frac{n}{1}\,\overline{x}^{n-1}) + \overline{x}^n =$$

$$= x_n \ldots x_2x_1 + (nx_{n-1} \ldots x_2x_1)\ \overline{x}^1 + \ldots + \frac{(n-1)n}{2}x_jx_i\cdot\overline{x}^{n-2} + nx_i\cdot\overline{x}^{n-1} + \overline{x}^n =$$

$$= x_n \ldots x_2x_1 + \overline{x}\sum_1^{C_n^1}x_{n-1}\ldots x_1 + \ldots + \overline{x}^{n-2}\sum_1^{C_n^{n-2}}x_jx_i + \overline{x}^{n-1}\sum_1^{C_n^{n-1}}x_i + x^n.$$

Введем обозначения: $a_0 = x_n \ldots x_2x_1$, $a_1 = \sum_1^{C_n^1}(x_{n-1}\ldots x_i \ldots x_1)$, … , $a_{n-2} = \sum_1^{C_n^{n-2}}x_jx_i = x_2\cdot x_1 + x_2\cdot x_1 + \ldots + x_n\cdot x_{n-1}$,

$a_{n-1} = \sum_1^{C_n^{n-1}}x_i = x_n + \ldots + x_2 + x_1$, $a_n = 1$. В новых обозначениях биноминальная форма универсальной связи разрядов приобретает форму ***моно-многочлена n-й степени*** *относительно нумерационного* (числового) ***равенства приращения разрядов***:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = P(\overline{x}) = a_0 + a_1\overline{x} + \ldots + a_{n-2}\overline{x}^{n-2} + a_{n-1}\overline{x}^{n-1} + a_n\overline{x}^n.$$

### §11. Абсолютная и относительная величина вычитаний степенной функции.

Будем употреблять вместо выражения "отрицательное приращение аргумента" выражение «вычитание» аргумента. Пусть $\overline{x}$ - значение вычитания аргументов. Тогда новое значение функции примет следующий символический вид:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = (x - \overline{x})^n = x^n - C_n^1 x^{n-1}\overline{x} + C_n^2 x^{n-2}\overline{x}^2 - ... + (-1)^k C_n^k x^{n-k}\overline{x}^k + ... + (-1)^n \overline{x}^n .$$

Для степенной функции двух аргументов новое значение составит (рис. 4):

$$f(x_1, x_2) = (x - \overline{x})^2 = x^2 - 2x\overline{x} + \overline{x}^2 .$$

Для универсальной функции двух аргументов новое абсолютное значение будет (рис. 5):

$$f(x, y) = (x - \overline{x})(y - \overline{y}) = xy - x\overline{y} - y\overline{x} + \overline{x}\overline{y} .$$

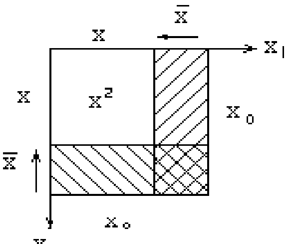


Рис. 4

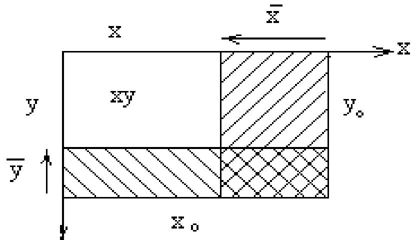


Рис. 5

Введём обозначение для относительного вычитания аргумента $y = \overline{x} / x_0$. Структура величины степенной функции примет вид:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = (x_0 - \overline{x})^n = x_0^n (1 - \overline{x} / x_0)^n = x_0^n (1 - y)^n =$$

$$= x_0^n \cdot (1 - C_n^1 y + C_n^2 y^2 - ... + (-1)^k C_n^k y^k + ... + (-1)^n y^n) .$$

Относительное изменение значения функции составит:

$$f / f_0 = f / x_0^n = (1 - y)^n = 1 - C_n^1 y + C_n^2 y^2 - ... + (-1)^k C_n^k y^k + ... + (-1)^n y^n .$$

Обратимся к проблеме использования относительной величины бинома в математическом анализе. В нем формула разложения относительной части величины функции в степенной ряд применяется к отрицательным значениям показателя степени. Например, употребляется такая запись:

$$(1 + y)^{-2} = 1/(1 + y)^2 = 1 - 2y + 3y^2 - 4y^3 + ... \ .$$

Так делал Ньютон. Для разложения функций в бесконечные ряды Ньютон пользуется разнообразными приёмами. Так, формулу

$$(1 + x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + ... ,$$

установленную ранее Паскалем для целых положительных ***m*** (*внимание - нет ни положительных, ни отрицательных количеств) есть действия с числам***: *сложение и вычитание*), Ньютон применяет к дробным и отрицательным значениям ***m***. Тогда число членов неограниченно возрастает. При $m = -2$ имеем:

$$(1 + x)^m = (1 + x)^{-2} = \frac{1}{(1 + x)^2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + ... ,$$

и это при том, что $m = -2$ означает вычитание аргументов в 2-х разрядах величины.

Подумать только - возникают отрицательные значения биноминальных коэффициентов, а, следовательно, не естественные значения перестановок, размещений и сочетаний! В действительности, возникающие в этой формуле значения перестановок, размещений и сочетаний разрядов (аргументов) - вещь нелепая. То же самое математическое явление возникает при дробных значениях показателя степени. Сведений о сути «*отрицательности*» биноминальных коэффициентов в математике нет.

В символической записи совокупной структуры величины частных вычитаний естественным образом число аргументов частного вычитания равно числу употреблений показателя степени в перестановках, размещениях и сочетаниях для конкретного частного поколения функции. Отсюда:

$$(1 - y)^n = 1 + n(-y) + n(n-1)(-y)(-y)/2! + ... + n(n-1) \cdot ... \cdot (n - n + 1)(-y)^n / n! =$$

$$= 1 + (-n)y + (-n)(1-n)y^2 / 2! + ... + (-n)(1-n) \cdot ... \cdot (1-0)y^n / n! = (1 + y)^{-n} . \quad (1)$$

«*Отрицательное*» значение показателя степени (**−*n***) (знак минус при показателе степени), означает число разрядов с вычитанием аргументов функции. При этом формула структуры величины, в полном соответствии с правилами структуризации величины и объективным значениям пространственных перестановок, размещений и сочетаний имеет конечное число членов степенного ряда.

***Правильная символическая форма употребления***: $f(y) = (1 - y)^n$ .

Причем: $$(1 + y)^{-n} = (1 - y)^n \neq 1/(1 + y)^n . \quad (2).$$

Запись $(1 + y)^{-2} = 1/(1 + y)^2 = (1 - 2y + 3y^2 - 4y^3 + ...)$ - ложная, в силу того, что $(1 + y)^{-n} \neq 1/(1 + y)^n$ .

Степенные функции, имеющие вычитания в разрядах («*отрицательные степени*»), записываются, как правило, единичной дробью, ***что является символическим и вычислительным искажением истинной структуры функции***.

Найдем связь абсолютных и относительных количественных изменений степенной функции, выраженных через прибавления (приращения) и вычитания аргументов при условии, что *конечное* значение прирастающей функции «$_{+}f$» равно *начальному* значению вычитаемой функции «$_{-}f_0$», а *начальное* значение прирастающей функции «$_{+}f_0$» равно *конечному* значению вычитаемой «$_{-}f$». Наглядное представление по рис. 4 и рис. 5. Аналогичные обозначения введём и для аргументов:

− при *вычитании* аргумента $x = x_0 - \bar{x}$. Тогда

$$x = x_0(1-\bar{x}/x_0) = x_0(1-y), \text{ где } y = \bar{x}/x_0.$$

− при *приращении* аргумента: $x + \bar{x} = x_0$. Тогда

$$x_0 = x(1+\bar{x}/x) = x(1+z), \quad \text{где } z = \bar{x}/x = \bar{x}/(x_0-\bar{x}).$$

При этом $\boldsymbol{y} \neq \mathbf{z}$ и $\boldsymbol{y} < \mathbf{z}$. Для введённых обозначений справедливы два равенства:

**1**. $_{-}f(x_1,...,x_n) = (x_0-\bar{x})^n = x^n = x_0^n(1-y)^n = x_0^n(1-C_n^1 y + C_n^2 y^2 - ... + (-1)^k C_n^k y^k + ... + (-1)^n y^n)$.

**2**. $_{+}f(x_1,...,x_n) = (x+\bar{x})^n = x_0^n = x^n(1+z)^n = x^n(1+C_n^1 z + C_n^2 z^2 + ... + C_n^k z^k + ... + z^n)$.

Выразим относительное изменение функции через относительные приращения и вычитания аргументов уравнением равенства отношений $_{-}f/_{-}f_0 = {_{+}f_0}/_{+}f$ (здесь $_{-}f = {_{+}f_0}$ и $_{-}f_0 = {_{+}f}$):

$$_{-}f/_{-}f_0 = {_{-}f}/x_0^n = (1-y)^n = 1 - C_n^1 y + C_n^2 y^2 - ... + (-1)^k C_n^k y^k + ... + (-1)^n y^n.$$

$$_{+}f_0/_{+}f = x^n/(x+\bar{x})^n = 1/(1+z)^n = 1/(1 + C_n^1 z + C_n^2 z^2 + z^n). \quad (3)$$

Итак: $(1+y)^{-n} = (1-y)^n = 1/(1+z)^n$.

Сравните с неравенством (2): $(1+y)^{-n} = (1-y)^n \neq 1/(1+y)^n$.

Так как $1/y = x_0/\bar{x}$ и $1/z = x/\bar{x} = (x_0-\bar{x})/\bar{x} = x_0/\bar{x} - 1 = (1/y) - 1$, то относительная величина приращения **z** и относительная величина вычитания ***y*** связаны соотношениями:

$$z = \frac{y}{1-y} \quad \text{и} \quad y = \frac{z}{1+z}.$$

Например, при $z = 1/n$: $y = 1/(1+n)$. Тогда

$$1/(1+z)^n = 1/(1+1/n)^n = [n/(1+n)]^n = (ny)^n = n^n \cdot y^n.$$

Подтвердим полученные аналитические выражения примером.

Пусть $x_0$=1, $\bar{x} = 0{,}2$, $y = \bar{x}/x_0$=0,2.

Тогда: $x = x_0 - \bar{x}$=0,8 и $z = \bar{x}/x = 0{,}2/0{,}8 = 0{,}25$. Отсюда:

$(1+y)^{-2} = (1-y)^2 = 1-2y+y^2$=1−2·0,2+0,04=0,64.

$1/(1+z)^n = 1/(1+0{,}25)^2 = 1/(1+2\cdot 0{,}25 + 0{,}0625) = 1/1{,}5625 = 0{,}64$.

Подтверждено равенство $(1+y)^{-2} = (1-y)^2 = 1/(1+z)^2$.

***Рассмотрим некоторые аспекты теории и практики применения формулы Паскаля*** для «*отрицательных*» показателей степени структурной иерархии степенной функции (величины):

$$\frac{1}{(1+x)^n} = (1+x)^{\text{"}-n\text{"}} = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3 + ....$$

Аналогично структуре формулы (1) при $(-n)$ присвоим знак минус показателя иерархии - аргументу $(-x)$; имеем:

$$\frac{1}{(1+x)^n} = (1+x)^{\text{"}-n\text{"}} = 1 + n(-x) + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}(-x)^2 + ... + \frac{n(n-1)\cdot ...\cdot(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot k}(-x)^k + ... + (-x)^n.$$

Здесь в полном соответствии с пространственными количественными значениями перестановок, размещений и сочетаний числа частных вычитаний поколений степенной функции получаем *конечное число поколений вычитаний из величины функции* равное значению показателя её степени (числу разрядов функции). То есть эта формула в других обозначениях есть структурная формула относительной величины вычитаний функции (а другой она и быть не может):

$$f/f_0 = f/x_0^n = (1-y)^n = 1 - C_n^1 y + C_n^2 y^2 - ... + (-1)^k C_n^k y^k + ... + (-1)^n y^n.$$

У Ньютона вместо вычитания аргументов из начального значения разрядов, в рамках абстрактной логики и в противоречии логике аналитической, минус присваивается значениям перестановок, размещений и сочетаний, *не имеющим место быть в реальности*:

$$\frac{1}{(1+x)^n}=(1+x)^{"-n"}=1+(-n)x+\frac{(-n)(-n-1)}{1\cdot 2}x^2+\frac{(-n)(-n-1)(-n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3+...=$$

$$=1-nx+\frac{n(n+1)}{1\cdot 2}x^2-\frac{n(n+1)(n+2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3+\dots=\dots\ (\textit{вторая строка})$$

Приведём это выражение к форме объективных символических комбинаций коэффициентов размещений и сочетаний в поколениях.

$$=1-nx+\frac{n(n-1)+2n}{1\cdot 2}x^2-\frac{[n^2(n-1)+2n^2]+2[n(n-1)+2n^2]}{1\cdot 2\cdot 3}x^3+...=$$

$$=1-C_n^1x+(C_n^2+n)x^2-[(C_n^2+n)\frac{n}{3}+2(C_n^2+n^2)\frac{1}{3}]x^3+...\ .$$

Алогичный подход Ньютона приводит к степенному ряду с несуществующими сочетательными комбинациями аргументов в каждом поколении вычитаний функции. Причём эти сочетательные комбинации растут неограниченно, превышая число аргументов функции, что ведёт к неограниченному числу членов степенного многочлена. Вместо убывания числа (знак −) размещений с выбыванием в поколениях $A_n^k=n(n-1)...(n-k+1)$, во ***второй строке*** итоговой величины идёт прибавление размещений с выбыванием (знак +).

Подтвердим неправомерность применения Ньютоном формулы Паскаля для вычислений с дробными и отрицательными значениями показателя степени ($-n$). Здесь типичная ошибка - присвоение ***знака*** «минус» ***действия вычитания*** числу (количеству).

Пусть $x_0$=1, $\bar{x}=0{,}2$, $y=\bar{x}/x_0$=0,2.

Тогда: $x=x_0-\bar{x}$=0,8 и $z=\bar{x}/x=0{,}2/0{,}8=0{,}25$ .

***Первый блок***. Подтвердим, что $(1-y)^2=(1+y)^{-2}\neq 1/(1+y)^2$ при $(1+y)^{-2}=(1-y)^2$=0,64.

$1/(1+y)^2=1-2y+3y^2-...=1-0{,}4+0{,}12=0{,}72$ .

$1/(1+y)^2=1-2y+3y^2-4y^3+...=0{,}72-0{,}032=0{,}688$ .

$1/(1+y)^2=1-2y+3y^2-4y^3+5y^4-...=0{,}688+0{,}008=0{,}696$ .

$1/(1+y)^2=1-2y+3y^2-4y^3+5y^4-6y^5...=0{,}696-0{,}000384=0{,}695616$.

Очевидно, что относительная величина $1/(1+y)^2$ не стремиться к величине $(1-y)^2=0{,}64$ .

***Второй блок***. Подтвердим, что $1/(1+z)^2\neq(1+z)^{-2}$, при $1/(1+z)^n=1/(1+0{,}25)^2=0{,}64$ .

Здесь в соответствии с практикой Ньютона в формулу Паскаля, вместо вычитаний величины из аргументов, подставляем «вычитательные» («отрицательные») значения степени функции.

$(1+z)^{-2}=1-2z+3z^2=1-0{,}5+0{,}1875=0{,}6875$, ошибка → 7,42%.

$(1+z)^{-2}=1-2z+3z^2-4z^3=1-0{,}5+0{,}1875-0{,}0625=0{,}625$ , ошибка → 2,34%.

$(1+z)^{-2}=1-2z+3z^2-4z^3+5z^4=0{,}0625+0{,}01953125=0{,}64453125$, ошибка → 0,71%

$(1+z)^{-2}=1-2z+3z^2-4z^3+5z^4-6z^5=0{,}64453125-0.0046875=0{,}63984375$, ошибка → 0,0244% .

При значении **z**, а не ***y*** относительная величина $(1+z)^{-m}$ имеет приближение к значению $1/(1+z)^m=0{,}64$ . Однако, именно эта переменная $z=y/(1-y)$ для вычислений с помощью формулы Паскаля в математической практике до настоящего времени не применяется.

### §12. Пропорциональные приращения разрядов (аргументов) степенной функции.

Пусть приращения разрядов (аргументов) совокупности со степенной структурой пропорциональны их начальным значениям:

$$\bar{x}=x_0\cdot c/n \text{ или, что тоже } \bar{x}/x_0=c/n\ .$$

Причем коэффициент ***c*** может принимать как целые, так и дробные числовые значения, поскольку принципы количественной структуризации универсальны и это выражается в постоянстве формальных законов математики. Любая целая или дробная величина, вообще любое количество, может быть принято за структурную единицу счёта и исчисления. Символические формы записи величины отображают единые принципы построения её структуры, обозначая количественную зависимость разрядов и отдельных групп единиц совокупности в форме знаков математических действий. Структура величины в принципе не зависит от того, какова природа и значение количества, принятого за элементарную единицу исчисления. Соответственно формальные приёмы структуризации − действия над количествами, так же не зависят от природы и значения оперируемых величин. Именно поэтому наряду с арифметикой, где символические действия совершаются с конкретными количествами, возникла другая символическая математическая форма – алгебра, в которой те же самые арифметические действия совершаются с произвольными актуально-конечными количествами. Это и является основой постоянства формальных законов математики. Найдем новое абсолютное значение степенной функции:

$$f(x_1,...,x_n) = x_0^n(1+c/n)^n =$$
$$= x_0^n[1+\frac{n}{1}(c/n)+\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot(c/n)^2+...+\frac{n}{1}\cdot...\cdot\frac{n-k+1}{k}(c/n)^k+...+(c/n)^n]=$$
$$= x_0^n(1+C_n^1(c/n)+C_n^2(c/n)^2+...+C_n^k(c/n)^k+...+(c/n)^n).$$

Число членов дифференциальной суммы поколений функции конечно при целом и при дробном значении коэффициента пропорциональности ***c***.

Выразим абсолютную величину универсальной функции через степень коэффициента ***c*** её относительной части:

$$f(x_1,x_2,...,x_n) = x_0^n(1+c/n)^n = x_0^n[(1+c/n)^{n/c}]^c.$$

Важный практический интерес представляет случай, когда частные приращения поколений и приращения аргументов в поколениях подчинены следующим условиям:

$$_ч\bar{f}_1 = f_0\cdot c/n, \qquad \Rightarrow \quad \bar{x}_1 = x_0\cdot c/n, \qquad \text{тогда} \quad \bar{f}_1 = c\cdot f_0/1,$$
$$_ч\bar{f}_2 = {}_ч\bar{f}_1\cdot c/(n-1), \Rightarrow \quad \bar{x}_2 = x_0\cdot c/(n-1), \quad \text{тогда} \quad \bar{f}_2 = c^2\cdot f_0/2!,$$
$$_ч\bar{f}_k = {}_ч\bar{f}_{k-1}\cdot c/(n-k+1), \ \bar{x}_k = x_0\cdot c/(n-k+1), \ \text{тогда} \quad \bar{f}_k = c^k\cdot f_0/k!,$$
$$_ч\bar{f}_n = {}_ч\bar{f}_{n-1}\cdot c/(n-n+1), \ \bar{x}_n = x_0\cdot c, \qquad \text{тогда} \quad \bar{f}_n = c^n\cdot f_0/n!,$$

где $\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n$ - приращения аргументов в 1-ом, 2-ом,..., *n*-ом поколении. При этом условии новое значение функции будет следующим:

$$f(x_1,x_2,...,x_n) = x_0^n(1+c+c^2/2!+...+c^k/k!+...+c^n/n!).$$

Тогда относительное изменение функции составит величину:

$$f/f_0 = 1+c+c^2/2!+...+c^k/k!+...+c^n/n!.$$

Функцию такого вида будем называть ***функцией натуральных процессов***.

При увеличении числа поколений ***n*** величина отношения $f/f_0$ принимает значение $e^c$. Поэтому абсолютное значение *функции натуральных процессов* можно записать так:

$$f(x_1,x_2,...,x_n) = x_0^n\cdot e^c = f_0\cdot e^c.$$

# Г Л А В А 5

# НАЧАЛА ИНТЕГРАЛЬНОЙ АЛГЕБРЫ

### §13. Интегрально-алгебраический метод отыскания функции.

Пусть у произвольной универсальной функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ известны частные мощности сечений первого поколения. Так как функция и частные мощности сечений связаны соотношениями $f'_{x_1} = f/x_1$, $f'_{x_2} = f/x_2$, …, $f'_{x_n} = f/x_n$, то имеют место равенства:

$$f(x_1,...,x_n) = f'_{x_1}\cdot x_1, \ \ f(x_1,...,x_n) = f'_{x_2}\cdot x_2, \ \ldots, \ \ f(x_1,...,x_n) = f'_{x_n}\cdot x_n. \quad (1)$$

Функция $f(x_1,...,x_n)$ - исходная функция для частных мощностей сечения $f'_{x_1}$, $f'_{x_2}$, …, $f'_{x_n}$ и называется в интегральном исчислении их *первообразной функцией*. Из равенств (1) следует:

$$n\cdot f(x_1,...,x_n) = f'_{x_1}\cdot x_1 + f'_{x_2}\cdot x_2 + ... + f'_{x_n}\cdot x_n = \sum\nolimits_1^n (f'_i\cdot x_i),$$

тогда $f(x_1,...,x_n) = [\sum\nolimits_1^n (f'_i\cdot x_i)]/n$. Величина суммы $\Sigma_1^n(f'_i\cdot x_i)$ есть совокупность всех частных первообразных первого поколения от исходной функции. Здесь повторение аргументов отсутствует.

**1**. Для универсальной функции двух аргументов $f(x,y) = xy$:

$$f'_x = y \ \text{и} \ f'_y = x, \text{тогда:} \quad f(x,y) = \overbrace{(f'_x x + f'_y y)}^{n=2}/2 = xy.$$

**2**. Если $x_1 = ... = x_n = x$, то универсальная зависимость примет вид *степенной функции* ($f'_1$ - полное сечение её 1-го поколения)

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [\sum\nolimits_1^n (f'_i\cdot x_i)]/n = (x\sum_1^n f'_i)/n = (x\cdot f'_1)/n.$$

Так как для степенной функции $f'_1 = nx^{n-1}$, то

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (x \cdot nx^{n-1}) / n = x^n.$$

В интегральном исчислении первообразная функция обозначается $F(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1})$. При этом частные мощности сечения первообразной функции ( $F'_{x_1}, F'_{x_2}, \ldots, F'_{x_{n+1}}$ ) играют роль исходной функции:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \{F'_{x_1}, F'_{x_2}, \ldots, F'_{x_{n+1}}\}.$$

Сумму частных приращений исходной функции $\Sigma_1^{n+1}(F'_i \cdot x_i)$ обозначим принятым в интегральном исчислении символом интегральной суммы « $\int_1^{n+1}$ », тогда:

$$F(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}) = \frac{1}{n+1}\int_1^{n+1}(x_i \cdot F'_i) = x \cdot f(x_1, \ldots, x_n).$$

**3**. В случае степенной структуры исходной функции $f(x_1, \ldots, x_n) = x^n$ первообразная имеет вид:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}) = \frac{1}{n+1}\int_1^{n+1}(x \cdot x^n) = \frac{(n+1)x^{n+1}}{n+1} = x^{n+1}.$$

**4**. В случае структуры исходной функции $f(x_1, \ldots, x_n) = C\,x^n$

Из равенства $C \cdot F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}) = [\sum_1^{n+1}(C \cdot {}_ч f_i^{(n)} \cdot x_i)]/(n+1)$, следует, что формула первообразной имеет вид:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}) = \sum_1^{n+1}(C \cdot {}_ч f_i^{(n)} \cdot x_i)\, / C \cdot (n+1). \quad \text{Тогда}$$

$$\boldsymbol{F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1})} = \frac{1}{C(n+1)}\int_1^{n+1}(x \cdot Cx^n) = \frac{C(n+1)x^{n+1}}{C(n+1)} = x^{n+1}.$$

*Пример.* Пусть $f(x)=3x^2$. Постоянный коэффициент «3» указывает, что функция представляет собой *полною*, а ***не частную*** мощность сечения первообразной функции. Постоянный множитель, как постоянная часть исходной функции при алгебраическом интегрировании выносится в знаменатель интегральной суммы. Тогда:

$$F(x) = \frac{1}{3(2+1)}\int_1^{2+1}(x^1 \cdot 3x^2) = \frac{3(2+1)x^3}{3(2+1)} = x^3.$$

**5**. Отыскание функции ***k***-ого порядка первообразности от степенной функции по известной её *частной* или *полной* мощности сечения в ***k***-ом поколении.

**5.1** По известной *частной* мощности сечения.

Первообразная ***k****-ого* поколения от исходной функции $f = \dot{F}_k = x^{n-k}$:

$$F_k(x^{n-k}) = \iint_k (x^k \cdot x^{n-k}) = x^{n-k} \cdot \underbrace{\int x^1 \cdot \int x^1 \cdot \ldots \cdot \int x^1}_{k} = x^n.$$

**5.2** По известной полной мощности сечения.

Первообразная ***k***-ого поколения от исходной функции $f = \dot{F}_k = C_n^k\,x^{n-k}$

$$F_k(C_n^k\,x^{n-k}) = \iint_k (x^k \cdot C_n^k x^{n-k}) = \frac{C_n^k x^{n-k}}{C_n^k} \cdot \underbrace{\int x^1 \cdot \int x^1 \cdot \ldots \cdot \int x^1}_{k} = x^{n-k} \cdot x^k = x^n.$$

**6**. Отыскание первообразной величины от универсальной функции из трёх разрядов.

Пусть *полное* приращение второго поколения имеет вид:

$$\bar{f}_2 = x\overline{yz} + y\overline{zx} + z\overline{xy}.$$

Последовательное алгебраическое интегрирование даёт сначала *полное* приращение 1-го поколения, затем начальное значение функции

$$F = \frac{1}{1+2}\left(x\int_0^y \bar{y}\int_0^z \bar{z} + y\int_0^z \bar{z}\int_0^x \bar{x} + z\int_0^x \bar{x}\int_0^y \bar{y}\right) = \frac{1}{3}(xyz + yzx + zxy) = xyz.$$

**7**. Величина любой функции и структурно, и символически инвариантна относительно разбиения любого разряда на два интервала значений его величины: на *начальное* значение и его *приращение* (аргумент). Поэтому и дифференцирование, и интегрирование, как виды алгебраических операций, в зависимости от того, **что** принимается за *начальное* значение вычислений, *исходные величины разрядов* или *приращения разрядов* (*аргументы*) функции, являются взаимно обратными вычислительными операциями. Поясним это положение на примере сравнения структуры величины степенной функции с полными приращениями её поколений:

$$(x+\overline{x})^n = f_0 + \Delta f_1 + \Delta f_2 + ... + \Delta f_n = x^n + C_n^1 x^{n-1}\overline{x} + C_n^2 x^{n-2}\overline{x}^2 + ... + C_n^k x^{n-k}\overline{x}^k + ... + \overline{x}^n \qquad (\mathbf{1})$$

с формой этой функции записанной в виде формулы Тейлора:

$$f(x+\overline{x}) = f(x) + f'(x)\cdot\overline{x} + \frac{f''(x)}{2!}\overline{x}^2 + \frac{f'''(x)}{3!}\overline{x}^3 + ... \;.$$

Последовательное алгебраическое дифференцирование функции от поколения к поколению даёт следующие постоянные множители с начальным значением аргумента равного $\boldsymbol{x}$:

$$C_0 = x^n = f(x),\; C_1 = C_n^1 x^{n-1} = f'(x), ...,\; C_k = C_n^k x^{n-k} = \frac{f'^{(k)}(x)}{k!}, ...,\; C_n = 1.$$

Умножая (интегрируя) эти постоянные структурные величины функции на величину аргумента $\overline{x}$, приравненную начальному значению $\boldsymbol{x}$ ($\overline{x} = x - 0 = x$), производится определение первообразных функций любого поколения их первообразности. То есть формально *интегральное умножение* это замена приращения аргумента $\overline{x}$ в величине приращения поколения функции на начальное значение $\boldsymbol{x}$.

Например. Интегрирование полного приращения поколения:

$$F_k(C_n^k x^{n-k}) = \frac{C_n^k x^{n-k}}{C_n^k}\cdot\underbrace{\int\overline{x}^1\cdot\int\overline{x}^1\cdot ...\cdot\int\overline{x}^1}_{k} = x^{n-k}\cdot\int_0^x\overline{x}^k = x^{n-k}\cdot x^k = x^n.$$

Интегрирование частного приращения поколения функции:

$$F_k(x^{n-k}) = \underbrace{\iint}_{k}(x^k\cdot x^{n-k}) = x^{n-k}\cdot\underbrace{\int_0^x\overline{x}\cdot\int_0^x\overline{x}\cdot ...\cdot\int_0^x\overline{x}}_{k} = x^n.$$

Этот вычислительный механизм имеет универсальный характер.

***Физический статус действий вычисления одинаков при:***

1. алгебраическом *делении* (*дифференцировании*) или *умножении* (*интегрировании*) величины на начальное значение разряда $\boldsymbol{x}$, и

2. алгебраическом *делении* (*дифференцировании*) или *умножении* (*интегрировании*) величины на приращение разряда (аргумент) $\overline{x}$.

Из сочетания взаимно обратных операции этих пунктов следует:

3. величина $F_i$, подвергаемая *делению* (*дифференцированию*) на $\boldsymbol{x}$, тождественна величине *умножения* (*интеграла*) значения от этого деления (дифференцирования) на $\overline{x}$, при $\overline{x} = x$: $F_i \equiv (F_i/x)\cdot(\overline{x}\,|_0^x)$.

4. величина $F_j$, подвергаемая *делению* (*дифференцированию*) на $\overline{x}$, тождественна величине *умножения* (*интеграла*) значения от этого деления (дифференцирования) на $\boldsymbol{x}$, при $x = \overline{x}$: $F_j \equiv (F_j/\overline{x})\cdot(x|_0^{\overline{x}})$.

Поэтому интегрирование функции с *би-разрядами* ($x+\overline{x}$) может быть произведено как по значению $x$, так и значению $\overline{x}$. Например:

$$F_i(f_i = x\cdot y\cdot z) = \int_0^{\overline{x}}\int_0^{\overline{y}}\int_0^{\overline{z}} x\cdot y\cdot z = \int_0^{\overline{x}} x\cdot\int_0^{\overline{y}} y\cdot\int_0^{\overline{z}} z = \overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z},$$

$$F_j(f_j = \overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z}) = \int_0^{x}\int_0^{y}\int_0^{z}\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z} = \int_0^{x}\overline{x}\cdot\int_0^{y}\overline{y}\cdot\int_0^{z}\overline{z} = xyz.$$

**1**. Структура бинома $(x+\overline{x})^n$ при $\boldsymbol{x}=Const$ и $\overline{x} \neq Const$ с выделением переменной $\overline{x}$ есть мономногочлен Тейлора **1**-го типа (Гл 4 §10 **п.1**):

$$P_j(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + ... + a_n,\quad a_n \neq 0.$$

**2**. Структура бинома $(x+\overline{x})^n$ при $\boldsymbol{x} \neq Const$ и $\overline{x} = Const$ с выделением переменной $\boldsymbol{x}$ есть мономногочлен Тейлора **2**-го тип (Гл 4 §10 **п.2**):

$$P_i(\overline{x}) = a_0 + a_1\overline{x} + a_2\overline{x}^2 + ... + a_n\overline{x}^n,\; a_0 \neq 0.$$

Структурно-алгебраический метод вычислений использует классические арифметические и алгебраические действия, когда $x$ и $\overline{x}$ есть равноправные структурные величины, которые могут иметь любые, как малые, так и великие *актуально-конечные* значения. Структурный метод не требует изобретения умозрительных структурных фигур величины подобных методу «дифференциальных и интегральных исчислений» с отсутствующим физическим статусом операций и не точного в своих вычислительных результатах.